ÜBER

# DIE FORM DER LINSENFLÄCHEN IM MENSCHLICHEN AUGE

AKADEMISCHE ABHANDLUNG

VON

J. W. NORDENSON

LIC. MED. ET PHIL. DER LANDSMANNSCHAFT STOCKHOLM.

STOCKHOLM

KUNGL. BOKTRYCKERIET. P. A. NORSTEDT & SÖNER

1912

[122787]

# ÜBER

# DIE FORM DER LINSENFLÄCHEN IM MENSCHLICHEN AUGE

AKADEMISCHE ABHANDLUNG,

DIE MIT GEHÖRIGER GENEHMIGUNG

DER WEITERFAHRENEN MEDIZINISCHEN FAKULTÄT ZU UPSALA
ZUR ERLANGUNG DER MEDIZINISCHEN DOKTORWÜRDE

AM SONNABEND DEN 30 NOVEMBER UM 10 UHR VORM.
IM HÖRSAAL DES PHYSOLOGISCHEN INSTITUTS
ÖFFENTLICH VERTEIDIGT WIRD

ACAD.
LUGD.BAT.
BIBL.

VON

J. W. NORDENSON
LIC. MED. ET PHIL. DER LANDSMANNSCHAFT STOCKHOLM.

STOCKHOLM
KUNGL. BOKTRYCKERIET. P. A. NORSTEDT & SÖNER
1912
[122787]

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41523708_0014

NORD. MED. ARKIV, 1913. Afd. II. (Inre medicin). Häft. 1. N:r 2.

# Über die Form der Linsenflächen im menschlichen Auge.

Von

J. W. NORDENSON.

Approb. Arzt, Upsala.

## I.

Um den Gang der Lichtstrahlen in einem optischen System verfolgen zu können, ist es eine notwendige Bedingung, ausser den allgemein für den Lichtgang durch ein System von Flächen geltenden Gesetzen, noch die optischen Konstanten desselben zu kennen. Die Feststellung dieser Konstanten für das optische System des menschlichen Auges ist die Aufgabe der Ophthalmometrie, und als Resultat der ophthalmometrischen Forschungen der letzten sechzig Jahre liegt zur Zeit sowohl eine gut ausgearbeitete Methodik für die Bestimmung dieser Konstanten im einzelnen Auge, als auch ein reiches Beobachtungsmaterial, das der Aufstellung von schematischen Werten zu Grunde gelegt werden kann, vor. So hat ja die Herstellung exakter Instrumente, wie des Refraktometers von Abbé, die Ermittelung der Brechungsindices der verschiedenen Medien des Auges ermöglicht, die Arbeiten von Helmholtz und seinen Nachfolgern haben die Feststellung des Ortes und die Erforschung des Radius der zentralen Partien der brechenden Flächen durchgeführt, und die eingehenden Untersuchungen von Gullstrand haben die Frage nach dem Brechungsindex der heterogenen Linse klargelegt. Damit sind auch die Kenntnisse gegeben, welche zur Untersuchung des Strahlenganges im Auge erforderlich sind, unter der Voraussetzung jedoch, dass man sich damit begnügt, denselben im parachsialen Gebiete zu verfolgen.

1—122787. *Nord. med. ark. 1913. Afd. II. N:r 1.*

Indessen bietet die Dioptrik des Auges Probleme, deren Lösung auch die Kenntniss des Lichtganges in den peripheren Gebieten der brechenden Flächen erfordern. Dies ist beispielweise der Fall bei der Frage nach der Aberration. Die hierzu erforderlichen Kenntnisse der optischen Gesetze liegen wohl grösstenteils vor; dagegen bleiben wir noch im grossen Ganzen in Unwissenheit über die optischen Konstanten dieser Gebiete. Sobald man den Gang des Lichtes durch die ausserhalb des parachsialen Gebietes liegenden Teile des optischen Systems des Auges verfolgen will, muss man nämlich dem Umstande Rechnung tragen, dass die brechenden Flächen desselben dann nicht länger als zentrierte sphärische Flächen angenommen werden können; es wird dann auch notwendig sein die wirkliche Form und Orientierung derselben zu kennen. Somit wird auch die Erforschung der Peripherie dieser Flächen zu einem Ziele der Ophthalmometrie. Die Kenntnisse, die wir bis jetzt in dieser Beziehung haben, sind aber wie gesagt recht mangelhaft, ein Umstand der verschiedene Gründe hat. Einerseits hat man es kaum nötig gehabt, die Konstanten für die Peripherie zu kennen, da man sich mit dem Lichtgange ausserhalb des parachsialen Gebietes sehr wenig beschäftigt hat und sich meistens mit Berechnungen nach den für das parachsiale Gebiet von Gauss aufgestellten Formeln begnügte; andererseits wurde die Frage aus dem Grunde wenig erörtert, dass die auf die Beantwortung derselben gerichteten Untersuchungen auf erhebliche technische Schwierigkeiten stiessen, die erst umgangen werden mussten. Umstände dieser Art haben dazu geführt, dass man sich mit der Frage weniger beschäftigt hat und dass sie noch lange nicht als endgültig gelöst angesehen werden kann.

Am besten bekannt ist in dieser Beziehung die vordere Hornhautfläche, über deren Form wir durch eine Reihe von Arbeiten ziemlich gut unterrichtet sind. Ist ja doch auch diese Fläche durch ihre freie Lage der Untersuchung am leichtesten zugänglich. Weit weniger kennen wir die Form der tiefer liegenden Flächen, obwohl es nicht an Untersuchungen über dieselben fehlt. Hier stellen sich aber die Untersuchungen nicht so ganz leicht, und beträchtliche Fehlerquellen ergeben sich bei der Ausführung der Bestimmungen. Wird nämlich die Untersuchung am lebenden Auge ausgeführt, so setzt sie immer eine genaue Kenntnis des Einflusses voraus,

den die oberflächlicher liegenden Teile des optischen Systemes auf die zu den Messungen der tiefer liegenden angewandten Lichtbahnen ausüben, und welcher bisjetzt nicht genügend berücksichtigt wurde, wozu noch kommt, dass es an passenden Lichtquellen fehlte, um die zu den Messungen verwandten PURKINJE-schen Bilder mit genügender Stärke hervorrufen zu können. Werden andererseits diese Schwierigkeiten dadurch umgangen, dass man die Messungen direkt an der betreffenden, an enucleierten Augen freigelegten Fläche ausführt, so wird es dagegen schwierig sein, Eintrocknung, Entspannung und andere postmortale Erscheinungen zu verhindern und deren Einfluss auf die Resultate ausschliessen zu können. Die bisher über die Form dieser Flächen gemachten Untersuchungen haben die genannten Übelstände nicht überwinden können; ihre theoretische Begründung ist nicht immer ganz einwandfrei und die Resultate der verschiedenen Untersucher sind derart widersprechend, dass sie nicht einmal in quantitativer Beziehung mit einander übereinstimmen.

Da mehrere Fragen der Dioptrik des menschlichen Auges eine genaue Kenntnis der Form der Linsenflächen für ihre Lösung voraussetzen, dürfte es wohl unter diesen Umständen angezeigt sein, einen neuen Versuch zur Feststellung derselben zu wagen. Zur Zeit sind auch die Aussichten, einen solchen durchführen zu können weit günstiger, in Anbetracht der letzten Fortschritte der physiologischen Optik, die nicht nur eine richtigere Auffassung der theoretischen Unterlage einer derartigen Arbeit ergeben, sondern auch durch verbesserte praktische Hilfsmittel die Ausführung derselben bedeutend erleichtern, Fortschritte, die wir zum grössten Teile den Forschungen von GULLSTRAND verdanken.

Bei der Feststellung der Form einer physikalischen Fläche hat man in der Weise vorzugehen, dass man entweder dieselbe mit einer anderen von bekannter Form vergleicht, oder dass man aus ihren physikalischen Eigenschaften die Koordinaten mehrerer Punkte derselben zu ermitteln sucht, wonach man dann diejenige geometrische Fläche findet, die sich den gefundenen Koordinatenwerten am engsten anschmiegt. Bei der Untersuchung der brechenden Flächen des Auges hat man beide Wege eingeschlagen. Die ältesten Untersuchungen an

denselben wurden also durch Vergleichung der betreffenden Fläche mit an dieselbe gelegten Metallplatten, an denen Ausschnitte verschiedener Krümmung angebracht waren, ausgeführt. Später ist man aber zu Koordinatenbestimmungen übergangen, wobei die nötigen Messungen zuerst mit Zirkel und Massstab ausgeführt wurden, seitdem man jedoch den Weg eingeschlagen hatte, die Eigenschaft dieser Flächen, spiegelnd zu sein, zu diesem Zwecke zu benutzen, ist letzteres Vorgehen in der Ophthalmometrie fast alleinherrschend geworden. Dasselbe erlaubt nämlich nicht nur eine zuverlässige und bequeme Untersuchung an freiliegenden Flächen, sondern unter Umständen auch an hintereinander liegenden, wie sie im optischen Systeme des Auges vorkommen. In einem solchen Falle hat man bei der Untersuchung derart zu verfahren, dass man zuerst durch Bestimmung der Koordinaten einer Mehrzahl ihrer Punkte Form und Orientierung der ersten Fläche feststellt. Dies getan, kann man zur Untersuchung der nächsten Fläche übergehen, wobei man derart verfährt, dass man den Verlauf eines Lichtstrahls verfolgt, der, vom ersten Medium kommend, nach Durchstossung der ersten Fläche an der zweiten reflektiert wird, um nach nochmaliger Durchstossung der ersten Fläche wieder ins erste Medium zurückzugelangen. Kennt man nun die Bestimmungsstücke der beiden Durchstossungspunkte an der ersten Fläche — als Bestimmungsstücke eines Punktes werden hier und im Folgenden seine Koordinaten und die Richtungscosinus der Hauptnormale in demselben bezeichnet — die Richtungscosinus des einfallenden und reflektierten Strahles und dazu noch die Brechungsindices der betreffenden Medien, so hat man damit auch die erforderlichen Grössen in der Hand, die Bestimmungsstücke des Reflexionspunktes an der zweiten Fläche ermitteln zu können. Auf diese Weise hat man nun die Bestimmungsstücke einer grösseren Anzahl von Punkten an der zweiten Fläche zu bestimmen; kennt man dann eine Reihe von Punkten an derselben, so hat man die Form derjenigen geometrischen Fläche zu finden, die sich den gefundenen Koordinaten am engsten anschmiegt. Nachdem man sich in dieser Weise über die Form der zweiten Fläche klar geworden ist, geht man zur dritten über. Es wird dabei ein Strahl durch das System verfolgt, der nach Durchgang durch die erste und zweite Fläche an der dritten reflektiert wird und in das erste Medium zurückkommt. Sind

nun die Richtungscosinus des einfallenden und reflektierten Strahles im ersten Medium und die Bestimmungsstücke der Durchstossungspunkte an der ersten Fläche bekannt, so können durch eine Interpolation die Durchstossungspunkte an der zweiten Fläche berechnet werden, und aus diesen Bestimmungsstücken kann man dann diejenigen des Reflexionspunktes an der dritten Fläche ermitteln, nachdem die Richtungscosinus des Strahles in den verschiedenen Medien festgestellt worden sind. Werden dann an der dritten Fläche mehrere Punkte derartig bestimmt, so kann man in ähnlicher Weise, wie vorher für die zweite, auf die Form der dritten Fläche schliessen, u. s. w.

Eine solche Durchrechnung eines optischen Systemes, wie sie hier angedeutet wurde, ist aber, wie leicht ersichtlich, eine sehr umständliche Arbeit. Erstens muss man sich daran erinnern, dass ein Lichtstrahl, der ein optisches System durchläuft, nur ausnahmsweise während seines Verlaufes in einer und derselben Ebene bleibt, und dass also das Problem meistens dreidimensional wird. Dies bedingt eine Umständlichkeit der Berechnungen, die, falls mehrere Flächen in Frage kommen, recht beträchtlich wird. Weiter dürfte es sich als notwendig zeigen, die Krümmungslinien für die verschiedenen Flächen zu berechnen, weil die Beziehungen, die zwischen den Bestimmungsstücken der gefundenen Punkte bestehen, nur innerhalb Elemente einer developablen Fläche gelten. Da die hier in Frage kommenden brechenden Flächen keine Rotationsflächen sind, fallen diese Krümmungslinien nicht, wie in der Ophthalmometrie meistens angenommen wird, mit den Meridianschnitten zusammen, sondern haben einen von diesen verschiedenen Verlauf, dessen Ermittelung auch sehr verwickelte Berechnungen mit sich führen würde. Schliesslich kommen zu diesen Schwierigkeiten bei den Berechnungen noch solche bei der praktischen Ausführung der nötigen Messungen. Es dürfte daher ohne weiteres erhellen, dass eine Untersuchung des optischen Systemes des Auges nach diesen Prinzipien eine höchst beträchtliche Arbeit und einen bedeutenden Zeitaufwand mit sich bringen würde, ohne dass jedoch sehr zuverlässige Resultate zu erwarten wären, ja es dürfte wohl sogar in Zweifel gezogen werden können, ob in dieser Weise überhaupt anwendbare Resultate zu erzielen seien.

Um bei der Untersuchung der brechenden Flächen des Auges die hier oben besprochenen Schwierigkeiten zu umgehen und

eine Vereinfachung des Verfahrens zu erzielen, hat man sich damit zu helfen versucht, dass man die Annahme einführte, die betreffenden Flächen hätten eine gemeinschaftliche Symmetrieebene. Unter solchen Umständen würde die Messung der Flächen wenigstens längs ihrer Schnitte mit dieser Ebene ohne allzu grosse Schwierigkeiten vor sich gehen können; die umständliche Berechnung der Krümmungslinien würde dabei überflüssig werden, und da ein in der Symmetrieebene einfallender Strahl bei seinem Gang durch das System innerhalb einer und derselben Ebene bleiben würde, fiele bei seiner Verfolgung die dritte Dimension fort, was die rechnerische Aufgabe bedeutend erleichtern und die Messungen zur Ermittelung der nötigen Grössen sehr vereinfachen würde. Im allgemeinen ist man hierbei von der Annahme ausgegangen, dass die Horizontalebene des Auges eine solche Symmetrieebene sei; manchmal hat man aber auch das Vorhandensein einer vertikalen Symmetrieebene vorausgesetzt. Diese Annahmen wurden aber niemals durch direkte Beobachtungen bestätigt oder näher untersucht. Wenn nun einerseits durch sie eine Vereinfachung der Untersuchungen erzielt wird, so muss doch immer daran festgehalten werden, dass zugleich eine Ungenauigkeit und damit möglicherweise eine Fehlerquelle in die Untersuchung eingeführt wird, was den Wert der erhaltenen Resultate jedenfalls vermindert.

Nun hat aber Gullstrand darauf aufmerksam gemacht, dass man unter gewissen Bedingungen wirklich von einer Symmetrieebene des Auges reden kann, die jedoch meistens nicht mit der Horizontalebene zusammenfällt, und unter Hinweis auf einen Versuch von Tscherning gibt er eine Methode an, dieselbe aufzusuchen und ihre Lage festzustellen. Dieser Umstand bringt eine wesentliche Förderung der ophthalmometrischen Untersuchung der tiefer liegenden Flächen mit sich, denn wenn man nun für ein Auge die Existenz einer solchen Symmetrieebene feststellen kann, so wird es möglich, die tiefer liegenden Flächen desselben ohne Zurückgreifen auf allzu grosse Approximationen und ohne sehr grosse Schwierigkeiten wenigstens längs einer Schnittlinie zu messen, woraus dann ziemlich umfassende Schlüsse auf die Form derselben gezogen werden dürften. Jeder Versuch die Linsenflächen betreffs ihrer Form näher zu untersuchen, muss daher damit beginnen, dass man das zu untersuchende Auge auf die Exi-

stenz einer Symmetrieebene prüft. Erst falls eine solche gefunden ist, kann man zu einer befriedigenden Untersuchung der tiefer liegenden Flächen längs ihren Schnitten mit dieser Symmetrieebene übergehen, um dann auf Grund der Ergebnisse derselben die Form dieser Flächen zu besprechen.

## II.

Die erste Aufgabe bei der vorliegenden Untersuchung wird also diejenige sein, Augen aufzusuchen, die den gegebenen Voraussetzungen entsprechen, in denen es also eine Symmetrieebene des optischen Systemes gibt. Die Methodik dieser Aufsuchung wird auf den oben erwähnten Versuch von TSCHERNING zurückgeführt. Vor dem zu untersuchenden Auge werden in der Höhe der Pupillenmitte ein Fernrohr und zu jeder Seite desselben eine Lichtquelle derart aufgestellt, dass die beiden Lichtquellen auf eine Linie durch die Mitte des Fernrohrobjectivs und symmetrisch zu derselben zu liegen kommen. Durch passende Einstellung der Blicklinie des beobachteten Auges kann man nun eine solche Stellung desselben auffinden, dass, wenn man die drei Bildpaare, die in den Linsenflächen und in der vorderen Hornhautfläche entstehen, durch das Fernrohr betrachtet, wenigstens zwei Paare in eine Linie zu liegen kommen, während das dritte Paar sich an der einen Seite dieser Linie befindet. Denkt man sich nun das Beleuchtungssystem, d. h. die beiden Lichtquellen, um die Fernrohrachse gedreht, so würden nach einer Drehung desselben von 180° die Bildpaare wieder in gleicher Stellung stehen. Dies ist aber nur unter der Voraussetzung möglich, dass während der Drehung die Linie der zwei ersten Bildpaare von dem dritten Bildpaare passiert worden ist. Hierbei kann es aber geschehen, dass alle drei Bildpaare auf einer und derselben Linie zu liegen kommen, die wohl auch durch die Mitte der Pupille geht. Die Normalebene zum Systeme durch diese Linie ist dann eine Symmetrieebene des Systems innerhalb des von den Durchstossungspunkten der Strahlen begrenzten Gebietes. Um nun zu prüfen, in wie grosser Ausdehnung die gefundene Ebene als eine Symmetrieebene angesehen werden kann, werden die beiden Lichtquellen von der Fernrohrachse peripheriewärts entfernt und die Stellung der Bilder von neuem untersucht. In dem Punkte, wo die sechs Bilder nicht mehr auf die genannte Linie zu bringen sind,

hört die Ebene auf für das Flächensystem eine Symmetrieebene zu sein.

Bei dieser Untersuchung wurde, wie ersichtlich die hintere Hornhautfläche nicht in Rechnung gezogen, da eine Berücksichtigung dieser Fläche die ganze Sache bedeutend erschweren würde. Wenn es auch — trotz des Umstandes, dass die Bilder, die bei der Reflexion an dieser Fläche entstehen, zentralwärts sehr schwer zu sehen sind — möglich wäre, zu entscheiden, ob die hintere Hornhautfläche mit den übrigen Flächen eine gemeinschaftliche Symmetrieebene hat oder nicht, so würde es doch nicht so leicht fallen, eine Bestimmung der Krümmung der Schnittlinie dieser Fläche vorzunehmen. Nur in den peripheren Partien ist es möglich die an dieser Fläche entstehenden Bilder mit den gewöhnlichen Ophthalmometern zu beobachten und zu messen; kommen dagegen die zentralen Teile in Frage, so sind die Messungen nur mit dem Instrumente von Blix möglich. Mit der Hilfe dieses Ophthalmometers würde man wohl die Dicke der Hornhaut an verschiedenen Stellen bestimmen und dadurch auch die Koordinaten einer Anzahl von Punkten an der hinteren Hornhautfläche ermitteln können, doch dürfte hierbei keine grössere Genauigkeit der Resultate zu erwarten sein. Aus diesem Grunde fragt es sich, ob es nicht eher angezeigt wäre, diese Fläche ganz zu vernachlässigen. Eine solche Ausserachtlassung derselben würde eine erhebliche Vereinfachung des Verfahrens bei der Messung der Linsenflächen und bei den Berechnungen an denselben mit sich führen, und die dabei entstehende Ungenauigkeit dürfte nicht grösser sein, als die durch die Fehlerquellen bei einer Messung derselben entstehende. Wie Helmholtz gezeigt hat, kann nämlich die Hornhaut als eine uhrglasförmige Linse betrachtet werden, die zwischen die vor ihr liegende Schicht von Tränenflüssigkeit und das hinter ihr liegende Kammerwasser eingeschoben worden ist. Da eine solche Linse mit den für die Hornhaut des schematischen Auges festgestellten Konstanten im Vergleich zu derjenigen des übrigen optischen Apparates eine sehr kleine Brechkraft hat, wird der durch ihre Vernachlässigung entstehende Fehler verhältnismässig gering. Jene Annahme von Helmholtz gilt eigentlich nur für die zentralen Partien des Systems und für parachsiale Strahlen; wie aber später gezeigt werden soll, wird die Vernachlässigung der bezüglichen Fläche auch für

die peripheren Teile keine wesentliche Unrichtigkeit mit sich bringen. Im folgenden wird daher das Hornhautsystem als gleichwertig einer brechenden Fläche mit dem Orte der vorliegenden Tränenschicht, mit der Form der vorderen Hornhautfläche und mit dem Brechungsindex der Tränenflüssigkeit, oder, was dasselbe ist dem des Kammerwassers, angenommen.

Die praktische Ausführung einer Untersuchung zur Feststellung der Symmetrieebene im Auge setzt also eine Vorrichtung voraus, die eine Drehung des Beleuchtungssystems um die Achse des Beobachtungsfernrohres erlaubt. Dasselbe Ziel wird aber erreicht, wenn man das zu beobachtende Auge um seine optische Achse drehbar macht, und da sich die letztere Anordnung leichter treffen lässt, wurde dieselbe hier gewählt. Zu diesem Zwecke wurde daher eine besondere drehbare Kopfstütze hergestellt. Dieselbe besteht aus einer 25 cm hohen Messingsäule mit einem Fusse, welch letzterer an einem Tisch festgeschraubt werden kann. Die Säule trägt oben einen kleinen Ring, dessen innerer Durchmesser 4 cm beträgt. Auf diesem Ringe gleitet eine runde Messingscheibe von ungefähr 10 cm Durchmesser so, dass sie um das Zentrum des Ringes drehbar ist. Diese Scheibe trägt eine Stirnstütze, die das Anlegen sowohl des rechten wie des linken Auges an das Loch des Ringes erlaubt, und ist auf beiden Seiten mit passenden Auskerbungen für die Nase versehen. Oberhalb der Stirnstütze ist die Scheibe längs einer geraden Linie abgeschnitten. An der Vorderseite ist sie mit einer Gradierung versehen, an der je 5° abgelesen werden können; durch eine Schraube kann die Scheibe am Ringe fixiert werden. Wird nun das zu untersuchende Auge an das Loch des Ringes gelegt, die Stirn an die Stütze gelehnt und die Nase in die Auskerbung gelegt, so kann das Auge so gestellt werden, dass sein horizontaler Meridian mit dem horizontalen Meridiane der Gradierung zusammenfällt und so dass der Drehpunkt gerade hinter der Mitte des Ringes zu liegen kommt. Dreht man nun die Scheibe um den Ring, während der Kopf immer dieselbe Stellung zur Scheibe beibehält, so kann man an der Gradierung die Grösse dieser Drehung ablesen. Um dabei verhüten zu können, dass der Kopf der Versuchsperson aus der richtigen Stellung gleitet, werden an der Stirn mit Dermatographenkreide einige Marken gemacht und durch Achtgeben darauf, dass dieselben immer

dieselbe Stellung zur Scheibe beibehalten, kann man während der Drehungen der Scheibe mit dem ihr anliegenden Kopfe immer die richtige Stellung des Kopfes zur Kopfstütze kontrollieren; am praktischsten ist es hierbei, eine Linie parallel zur oberen Kante der Scheibe zu ziehen. Vor dieser Kopfstütze wurde nun ein Fernrohr in einer Entfernung von ungefähr 75 cm so aufgestellt, dass dessen Achse in rechtem Winkel zur Scheibe und in der Höhe des Zentrums des Loches im Ringe zu stehen kam. Die Versuchsperson wurde dann, mit dem Kopfe an die Kopfstütze gelehnt, so installiert, dass das zu untersuchende Auge im Loche derselben zum Vorschein kam, und sie wurde aufgefordert auf die Mitte des Fernrohrobjectivs hin zu blicken. Die Drehungen des Auges geschahen nun um die Visierlinie anstatt um die optische Achse, was aber keine Bedeutung hat, da in der Folge der Versuch so ausgeführt wurde, dass nicht nur die betreffende Ebene durch die Visierlinie, sondern auch alle zu ihr parallelen Ebenen durch das Auge untersucht wurden. Um das Fernrohr wurden nun die Lichtquellen angeordnet. Da sich der Kopf nicht gut mehr als 45° nach jeder Seite neigen liess, wurden diese einmal auf der Vertikale, einmal auf der Horizontale durch die Objektivmitte aufgestellt. Als Lichtquellen dienten zwei ophthalmometrische Nernstlampen von der von Gullstrand ausgeführten Konstruktion; sie wurden nun nach den gegebenen Regeln aufgestellt, so dass ihr Licht auf das zu untersuchende Auge fiel. Die Purkinjeschen Bilder der Lichtquellen in dem mit Cocaïn und Homatropin dilatierten Auge wurden nun durch das Fernrohr beobachtet. Durch Hebung und Senkung der Visierlinie des untersuchten Auges mit Hilfe eines Augenmerkes in einer zur Linie der Lichtquellen und der Bilder senkrechten Richtung wurde nun versucht, alle drei Bildpaare in eine Linie zu bringen; gelang dies in der untersuchten Stellung nicht, so wurde die Kopfstütze mit dem Auge gedreht und in einer neuen Stellung derselben der genannte Versuch wiederholt. Durch fortgesetzte Drehung des Auges bei den beiden verschiedenen Stellungen der Lichtquellen wurde derjenige Meridian aufgesucht, in dem dies gelang. Zu Anfang wurden die beiden Lampen dicht an das Fernrohr gestellt, so dass nur ein kleines zentrales Gebiet untersucht wurde, nachdem aber der gesuchte Meridian gefunden worden war, wurden sie schrittweise nach der Peri-

pherie hin verschoben, so dass man untersuchen konnte, wie weit sich das Gebiet erstreckte, für das es eine Symmetrieebene gab. Die Genauigkeit mit der in dieser Weise die Symmetrieebene bestimmt werden konnte, dürfte auf 2 - 3° geschätzt werden können.

In dieser Weise wurden nun die Augen von 11 Personen untersucht. Von diesen Augen zeigten einige überhaupt gar keine Symmetrieebene, andere hatten eine Symmetrieebene, die aber in einem solchen Meridiane lag, dass eine Messung der Flächen längs derselben sehr schwer gefallen wäre; bei anderen wieder waren die Bilder an der vorderen Linsenfläche so schwach, dass sie zur Messung derselben kaum angewandt werden konnten. Von den übrigen wurden drei Augen, die eine Ausdehnung der Symmetrieebene bis in die peripheren Gebiete der erweiterten Pupille zeigten, für die weiteren Messungen ausgewählt. Diese Augen wurden auch betreffs Refraktion und Sehschärfe untersucht und zum Vergleich einer keratometrischen Untersuchung mit dem Ophthalmometer von SUTCLIFFE unterworfen. Letztere wurde in der Weise vorgenommen, dass der Kopf so eingestellt wurde, dass die gefundene Symmetrieebene mit der Horizontalebene zusammenfiel und die Visierlinie des Auges wurde so gerichtet, dass die gemessenen Meridiane die optische Achse des Auges schnitten. Ausserdem wurde der Winkel zwischen Visierlinie und Symmetrieebene, der im Folgenden $\beta$ genannt werde, bestimmt. Folgende Augen wurden ausgewählt:

I. M A., 28-jährige Frau. Rechtes Auge. Refraktion 0. Sehschärfe $^6/_6$. Symmetrieebene 15°, $\beta = 1° 10'$. Keratometer: 0,50 D nach der Regel.

II. A. B., 30-jähriger Mann. Rechtes Auge. Sehschärfe $^6/_6$. Refraktion: —0,50 cyl. 110°; absolute Sehschärfe $^6/_6$. Symmetrieebene 35°, $\beta = 2° 0'$. Keratometer: 0,25 D nach der Regel.

III. A. L. F., 29-jähriger Mann. Linkes Auge. Sehschärfe $^6/_6$. Refraktion +0,50 D. Absolute Sehschärfe $^6/_6$. Symmetrieebene 30°, $\beta = 1° 50'$. Keratometer: 0,50 D nach der Regel.

## III.

Nachdem also in oben angegebener Weise die Wahl der zu untersuchenden Augen getroffen worden ist und nachdem man die Lage der Symmetrieebene in denselben bestimmt hat, kann man zur Untersuchung der Form der brechenden Flächen

übergehen. Dabei kommt zuerst die brechende Fläche des Hornhautsystems, die vordere Hornhautfläche, in Betracht. Durch zahlreiche Untersuchungen ist uns freilich die Form dieser Fläche in ihren Hauptzügen bekannt, aber es würde dem vorliegenden Zwecke nicht genügen, mit an anderen Augen gefundenen und daraus schematisch festgestellten Werten zu rechnen, sondern es muss hier in jedem einzelnen Falle eine genaue Bestimmung der Form dieser Fläche vorgenommen werden. Für eine derartige Untersuchung haben verschiedene Forscher eine Anzahl von Methoden angegeben, und es kommt nun darauf an, auf Grund der gewonnenen Erfahrungen, eine für die vorliegende Aufgabe passende Arbeitsweise zu wählen.

Die ältesten Versuche die Form der vorderen Hornhautfläche zu bestimmen, wurden — wie die ältesten ophthalmometrischen Untersuchungen überhaupt — an toten Augen angestellt. Obwohl die hierbei gewonnenen Resultate in manchen Beziehungen als sehr gut angesehen werden müssen, dürften sie doch in Anbetracht des Umstandes, dass man später gelernt hat, am lebenden Auge sehr genaue Resultate zu ermitteln, meistenteils ihre Bedeutung verloren haben. In diesem Zusammenhang scheint es daher berechtigt zu sein, an diesen Versuchen und ihrer Methodik vorbeizugehen und nur am lebenden Auge ausgeführte Untersuchungen zu berücksichtigen.

Der erste, der am lebenden Auge Messungen der Krümmung der vorderen Hornhautfläche vorgenommen hat, ist Thomas Young, der im Anfang des letzten Jahrhunderts mit Hilfe von Zirkel, Massstab und Spiegel an seinen eigenen Augen ophthalmometrische Beobachtungen vornahm. Erst dann konnte aber bei solchen Messungen eine befriedigende Genauigkeit erzielt werden, als Kohlrausch im Jahre 1839 den glücklichen Griff machte, die in der vorderen Hornhautfläche durch Spiegelung entstehenden Bilder für die Bestimmung der Krümmung derselben auszunutzen. Hiermit wurde das Prinzip der modernen Ophthalmometrie gegeben und neue erfolgreiche Bahnen derselben eröffnet. Zur Messung der Grösse der betreffenden Cornealbilder bediente er sich eines Fernrohres, welches mit einer einfachen ocularmikrometrischen Einrichtung versehen war. Derartige Hilfsmittel waren es auch, mit denen v. Senff seine Cornealuntersuchungen vornahm, welche eine gewisse Rolle in der Ophthalmometrie spielen

sollten. Dieser Forscher suchte die Krümmungskurve der vorderen Hornhautfläche dadurch zu bestimmen, dass er sowohl im vertikalen als im horizontalen Meridian den Radius in der Gesichtslinie und in Punkten, die 10°, 20° und 25° von derselben entfernt waren, bestimmte; dann berechnete er die zu den Werten für den Radius in der Gesichtslinie und in 10° Entfernung gehörende Ellipse. Nun fand er aber, dass die für die übrigen, mehr entfernten Punkte gefundenen Werte sehr gut zur Gleichung dieser Ellipse stimmten. Aus diesem Befunde schien es ihm berechtigt, die Ellipse als die Krümmungskurve eines Meridianschnittes der vorderen Hornhautfläche anzunehmen, eine Anschauung welche lange in der Ophthalmometrie vorherrschend blieb.

Einen weiteren grossen Fortschritt in der Technik der Ophthalmometrie bezeichnet die Herstellung eines Instrumentes, das zur Messung der Bilder an der Hornhautfläche besser geeignet war, als die oben genannte mikrometrische Vorrichtung von Kohlrausch. Erst seitdem Helmholtz im Jahre 1854 seinen Ophthalmometer konstruiert hatte, wurde eine exakte Messung jener Bilder und dadurch die genaue Feststellung der Radien der betreffenden Fläche wirklich möglich. Dieser Umstand wurde der Anlass zu einem grossen Aufschwung der Ophthalmometrie, wobei aber doch zunächst die Form der Flächen weniger Beachtung fand. Helmholtz übernahm — wenn auch nicht ohne ausdrücklichen Vorbehalt — die Angabe von Senff, dass der Meridianschnitt der vorderen Hornhautfläche elliptisch sei, und begnügte sich damit, durch Messung des Radius in der Gesichtslinie und an einer Stelle zu jeder Seite derselben, die Achsen und die Excentricität dieser Ellipse zu berechnen. Weit unbedingter schlossen sich seine nächsten Nachfolger der Senffschen Anschauung an. In der Folge wurden die Untersuchungen meistens darauf gerichtet, nachdem die Gleichung der Ellipse eines Meridianschnittes durch die Messung der drei erforderlichen Radien festgestellt worden war, die Lage des durch die vordere Hornhautfläche dargestellten Ellipsoides in Bezug auf die verschiedenen Orientierungslinien des Auges zu bestimmen.

Diese Auffassung der vorderen Hornhautfläche als ellipsoidisch, welche in einfacher Weise die Aufstellung der Gleichung derselben nach einigen wenigen Messungen erlaubte,

und welche dadurch alle an derselben vorzunehmenden Berechnungen beträchtlich vereinfachte, erwies sich aber schliesslich als nicht stichhaltig. Der erste, der gegen sie Einwände erhob, war BLIX, im Jahre 1880, welcher bei seinen Untersuchungen mit dem von ihm konstruierten und nach ihm benannten Ophthalmometer so grosse Abweichungen von der ellipsoiden Form fand, dass sie nicht aus den Versuchsfehlern erklärt werden konnten; er begnügte sich aber damit jene Tatsache hervorzuheben, ohne auf weitere Untersuchungen einzugehen.

Einige Jahre später ist AUBERT nach einer sehr sorgfältigen Untersuchung mit einem Ophthalmometer vom HELMHOLTZschen Typus, den er aber in manchen Beziehungen bedeutend verbessert hatte, zu demselben Standpunkte geführt worden. Er bestimmte nicht nur den zum Aufstellen der Gleichung der Ellipse erforderlichen Radius in der Gesichtslinie und an zwei symmetrisch um dieselbe liegenden Stellen, sondern auch den Radius an dazwischenliegenden Stellen. Die für die letzten erhaltenen Werte stimmten aber gar nicht zu der aufgestellten Gleichung, woraus er den Schluss zog, dass die Krümmung eines Meridianschnittes der vorausgesetzten Ellipse nicht entsprach. Die zentralen Partien fand er von mehr sphärischer Krümmung, die peripheren waren mehr abgeflacht. Da für seine Berechnung der Krümmungskurve der betreffenden Fläche eine weit eingehendere Kenntnis derselben erforderlich war, entwarf er den Plan zu einer Untersuchung, wobei der Radius unter Einhalten ganz besonderer Vorsichtsmassregeln in einer Reihe aufeinanderfolgender Elemente eines Meridians gemessen werden sollte. Die Elemente sollten hierbei möglichst klein sein, und nacheinander durch Drehungen des Auges vor den Ophthalmometer gebracht werden. Er hat aber auch gemeint, man könnte die Messungen in der Weise ausführen, dass man den Gegenstand allmählich grösser machte; doch kannte er die Formeln nicht, nach denen die Berechnungen bei diesen Bildern, »die Beugungen und Verkleinerungen erfahren haben», gemacht werden sollten. Die geplante Untersuchung kam jedoch durch ihn nie zur Ausführung.

Die erste systematische Untersuchung der Krümmung längs eines Meridianschnittes der vorderen Hornhautfläche wurde im Jahre 1891 von SULZER vorgenommen. Er führte sie in

der Weise aus, dass er die Krümmung in einer Reihe an einander liegender Elemente des horizontalen wie des vertikalen Meridians bestimmte. Die Messungen wurden mit einem Ophthalmometer von JAVAL und SCHIÖTZ ausgeführt, der wahrscheinlich mit einem Prisma von 3 mm Verdoppelung versehen war. Die verschiedenen Elemente wurden derartig vor das Fernrohr geführt, dass die Blickrichtung in Stufen von je 5° nach den verschiedenen Seiten von der Ophthalmometerachse weg gedreht wurde. Anstatt wie die früheren Untersucher die Krümmungskurve der vorderen Hornhautfläche aufzusuchen, beschränkte sich SULZER darauf, für jeden gemessenen Hornhautschnitt ein so genanntes dioptrisches Diagramm aufzustellen, indem er in einem Diagramm mit rechtwinkeligem Koordinatensystem die Punkte fand, deren Abscisse gleich dem dioptrischen Wert der Krümmung in einem Punkte der vorderen Hornhautfläche, deren Ordinate gleich dem Winkelabstand desselben von der als Achse gewählten Gesichtslinie war, und durch die so gefundenen Punkte legte er dann eine Kurve. Diese Kurve gibt einen sehr guten Überblick über die Variation der Krümmung im bezüglichen Meridianschnitt der vorderen Hornhautfläche.

Dieses Verfahren, das in mehreren Beziehungen einen grossen Fortschritt bedeutet, gibt jedoch Raum für mehrere Einwände. Um genauere Resultate zu erhalten, wurden die gemessenen Elemente möglichst klein gemacht indem durch successive Drehung des Auges um je 5° dieselben nur diese Winkelgrösse umfassen sollten. Hierbei wurde aber der Umstand ausser Rechnung gelassen, dass das zur Verdoppelung angewandte Prisma eine solche von 3 mm ergab, was wie oben schon gesagt bei einem gewöhnlichen Hornhautradius von 7,5 mm einer Winkelgrösse von ungefähr 20° entspricht. Wird nun aber nach einer Messung die Blicklinie nur um 5° gedreht, und sodann das vorliegende Element gemessen, so ist es einleuchtend, dass das zweite Element zum grössten Teil aus dem zuerst gemessenen bestehen wird. Unter solchen Umständen ist es aber nicht die mittlere Krümmung in Elementen von 5° Winkelgrösse, die man bestimmt, sondern diejenige in Elementen von 20° Winkelgrösse, die ausserdem mit einander teilweise zusammenfallen. Die Schlüsse, die aus einer so gemachten Untersuchung gezogen werden, können höchstens in qualitativer Hinsicht auf Bedeutung Anspruch machen.

Eine andere Fehlerquelle bei dieser Methode liegt in dem Umstande, dass bei diesen Messungen mit dem Ophthalmometer von JAVAL und SCHIÖTZ die eine Lichtquelle immer fest blieb, während die andere zur Kollimation verschoben wurde. Hierdurch wurde aber die Stellung der beiden Lichtquellen asymmetrisch zur Ophthalmometerachse, was aber nicht zulässig ist, falls, wie bei dieser Methode, die Messungen für Berechnungen nach den für symmetrische Stellung geltenden Formeln von GAUSS verwertet werden. Es dürften jedoch vielleicht die hierbei entstehenden Fehler nicht gar so bedeutend sein.

Diese Methode ist dann von ERIKSEN einige Jahre später modifiziert worden. Bei den Messungen mit dem Ophthalmometer von JAVAL bediente sich dieser eines Prismas von 1 mm Verdoppelung, was unter den obigen Voraussetzungen einer Winkelgrösse des gemessenen Elementes von ungefähr 7 entspricht. Bei Messung des Krümmungsradius, wie vorher unter successiver Drehung des Auges um je 5°, wurden also die durch teilweises Zusammenfallen der Elemente entstehenden Fehler nicht so gross, wenn auch andererseits die Resultate keineswegs quantitativ als genügend exact angesehen werden können. Auch hier wurde die Forderung der symmetrischen Stellung der Lichtquellen nicht beachtet. Die Resultate hat ERIKSEN teils in dioptrische Diagramme eingetragen, teils hat er auch eine neue Form zur Veranschaulichung der Krümmungsvariationen vorgeschlagen, indem er durch Verbindung der Stellen der Hornhautfläche, die dieselbe Krümmung haben, eine Art »isodioptrischer» Kurven darstellt.

Nachdem man es aufgegeben hatte die Krümmungskurve der vorderen Hornhautfläche zu finden, hatte man sich also damit begnügt den Radius in verschiedenen Elementen längs einer Schnittlinie der vorderen Hornhautfläche zu bestimmen, ohne jedoch hieraus weitere Schlüsse in Bezug auf die Form derselben zu ziehen. Es ist auch einleuchtend, dass, so lange die Gesetze für die Feststellung der Form einer Kurve aus ihrer Krümmung und aus den Koordinaten ihrer Punkte noch nicht bekannt waren, auch die ganze Frage ziemlich still stehen bleiben musste. Erst nachdem GULLSTRAND im Jahre 1896 auf Grund der Gesetze der Infinitesimalgeometrie die hierzu nötigen Formeln ermittelt hatte, wurde die weitere Förderung des Problems möglich. Diese Formeln machen

den Grund für jede ophthalmometrische Untersuchung einer brechenden Fläche aus. Sie enthalten eine Beziehung zwischen den Bestimmungsstücken von zwei Punkten einer Kurve und dem Radius des zwischen ihnen liegenden Bogenelementes. Es haben die beiden Punkte $M_1$ und $M_2$ einer Kurve die Bestimmungsstücke $x_1\ y_1\ \varphi_1$ und $x_2\ y_2\ \varphi_2$, und es sei $\rho$ der Radius des zwischen ihnen liegenden Elementes der Kurve; dann besteht zwischen diesen Grössen die Beziehung

$$\begin{aligned} y_2 - y_1 &= \rho\ (\sin\ \varphi_2 - \sin\ \varphi_1), \\ x_2 - x_1 &= \rho\ (\cos\ \varphi_1 - \cos\ \varphi_2). \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ (1.)$$

Mittels dieses Ausdruckes kann nun eine unbekannte Kurve durch Koordinatenbestimmungen in verschiedenen Winkelabständen oder durch Bestimmung der Krümmung in aneinanderliegenden Elementen untersucht werden. Die Ermittelung der Grössen, die erforderlich sind, um aus den gegebenen Formeln die Form der Schnittlinie der Hornhautfläche zu berechnen, hat GULLSTRAND nach einer ganz besonderen Methode ausgeführt. Um derjenigen Fehlerquelle entgehen zu können, die darin liegt, dass die mit einem der gewöhnlichen Ophthalmometer gemachten Beobachtungen für jede Ablesung eine neue Einstellung erfordern, wurden sämtliche Ophthalmometerablesungen nach einer und derselben Einstellung verlegt. Dies geschah durch photographische Aufnahme der Hornhaut samt den darin entstandenen Bildern, worauf dann die Grösse dieser Bilder auf der photographischen Platte gemessen werden konnte. Als gespiegelter Gegenstand diente eine kreisrunde, schwarze Scheibe, auf der, concentrisch um ein zentrales Loch, weisse Doppelringe angebracht waren. Der Abstand zwischen je zwei Ringen war so berechnet, dass das Hornhautbild desselben ungefähr $^2/_3$ mm betrug und einer Winkelgrösse von ungefähr 5° entsprach. Durch diese Anordnung wurde auch der Forderung genügt, dass die Endpunkte der Elemente gerade mit einander zusammenfielen. Die Platte mit den Ringen wurde nun mit ihrem Loche dem Objectiv einer photographischen Camera aufgesetzt, die vor dem zu untersuchenden Auge aufgestellt wurde. Wenn die Platte nun mit zwei Lichtquellen von einer Lichtstärke von 10 000 Normalkerzen beleuchtet wurde, so konnte das Hornhautbild derselben photographiert werden. Da das Hornhautbild der Platte nur einen zentralen Teil der Corneal-

fläche aufnahm, wurde zuerst bei Blickrichtung gerade ins Objectiv photographiert, dann, um die peripheren Teile untersuchen zu können, bei Drehung der Blickrichtung in die vier Hauptrichtungen, wobei darauf geachtet wurde, dass das peripherste bei der zentralen Blickrichtung gemessene Element mit dem zentralsten der bei der peripheren Blickrichtung gemessenen zusammenfiel. Die Schnitte der Bilder dieser Ringe mit den Meridianen ergaben nun mehrere Punkte, deren Abstände gleichzeitig gemessen werden konnten. Auf der photographischen Platte wurden dann diese Abstände längs Horizontal- und Verticalmeridian mit einer Teilmaschine gemessen. Die Genauigkeit der Methode ist sehr gross, da die Messungen an der Platte mit der Teilmaschine mit einer Exaktheit von 1 : 400 mm geschehen können. Die einzige Fehlerquelle, die in Betracht kommt, ist die, welche darin besteht, dass die Tränenschicht an der vorderen Hornhautfläche, auf welche die Spiegelung geschieht, nicht ganz eben ist, und daher eine kleine Unrichtigkeit in die Resultate einführt.

Ohne diese oben besprochene Arbeit zu kennen, jedenfalls ohne dieselbe zu berücksichtigen, hat im Jahre 1900 v. Brudzewski eine Untersuchung über die Krümmung der vorderen Hornhautfläche vorgenommen. Seine nächste Absicht war, die Aberration derselben festzustellen. Dabei verfuhr er in der Weise, dass er zuerst den Scheitelradius und daraus die hintere Brennweite der zentralen Partie eines Meridianschnittes ermittelte; dann untersuchte er den Gang von Strahlen, die, von diesem hinteren Brennpunkte kommend, in verschiedenen Punkten den vorliegenden Schnitt der brechenden Fläche durchstiessen und suchte die Stellen auf, wo diese, in das erste Medium zurückgelangt, die Achse des Systems schnitten. Den dioptrischen Wert der Abstände dieser Schnittpunkte vom Scheitel der Hornhaut nahm er als ein Mass der Aberration an. Zu diesen Berechnungen war es aber notwendig die Krümmung in den verschiedenen Punkten eines Meridians der vorderen Hornhautfläche zu kennen. Zu ihrer Bestimmung stand ihm nun die Methode von Sulzer und Eriksen zur Verfügung, er zog es aber vor, selber eine andere ophthalmometrische Methode ausfindig zu machen. Wie oben erwähnt wurde, meinte seinerzeit schon Aubert, dass man bei der Messung des Radius in der Weise verfahren könnte, dass man die Grösse des Spiegelbildes bei stetig

wachsender Grösse des Gegenstandes feststellte, und daraus die Veränderungen der Krümmung nach der Peripherie zu bestimmte; da ihm aber die nötigen Formeln fehlten, hat er eine solche Messung nicht praktisch ausführen können. Auch Brudzewski konnte nun die erforderlichen Formeln für den Zusammenhang zwischen Krümmung, Normalenwinkel und Endpunktkoordinaten nicht finden, die zur Berechnung des Radius aus den in solcher Weise ausgeführten Ophthalmometermessungen erforderlich waren; um sich aber aus dieser Schwierigkeit ziehen zu können, versuchte er statt dessen eine Beziehung zwischen Radius und Normale zu finden, da ja die letztere in jedem Punkte sehr leicht durch Ophthalmometermessungen festgestellt werden konnte. Die bekannte Beziehung, die zwischen dem Scheitelradius und Radius und Normale in einem beliebigen Punkte für eine Kurve zweiten Grades besteht, war ihm bekannt; da er aber die Hornhautfläche nicht als eine Fläche zweiten Grades betrachten wollte, konnte er sie nicht anwenden, sondern musste irgend einen anderen Ausdruck für diese Beziehung finden. Zu diesem Zwecke untersuchte er den Fall, dass man ein Element der Kurve durch ein Bogenstück desjenigen Kreises ersetzt, der die Normale durch den Mittelpunkt des Elementes zum Radius hat. Dieser Kreis gibt, wie er zeigt, dem im betreffenden Punkte einfallenden Strahl dieselbe Ablenkung wie die Kurve, da ja beide im Einfallspunkte dieselbe Normale haben, und daraus glaubte er sich nun berechtigt, den Schluss zu ziehen, dass die Brechkraft in diesem Punkte von der Grösse der Normale bestimmt werde, oder mit anderen Worten, er setzte diese Normale dem Radius gleich, was ja nur beim Kreise gilt. Aus dem betreffenden Brechungsindex und dem für die Normale gefundenen Wert berechnete er dann den dioptrischen Wert der letzteren. Die in dieser Weise ermittelten Brechkraftwerte wurden dann der Erörterung der Form und Aberration der vorderen Hornhautfläche zu Grunde gelegt.

Es dürfte aber ohne weiteres einleuchtend sein, wie irrig dieses Verfahren ist. Der Gedanke, dass ein Kurvenelement durch einen Zirkelbogen ersetzt werden könne, ist freilich richtig, aber dieser Kreis muss dann eine Berührung zweiter Ordnung mit der Kurve haben, eine Eigenschaft, die nur dem osculierenden Kreise zukommt. Die Eigenschaft zweier

Kurven in einem gemeinsamen Punkte einem dort einfallenden Lichtstrahle dieselbe Ablenkung zu erteilen, berechtigt zu keinem Schluss in Bezug auf die Brechkraft derselben, da diese Eigenschaft der gleichen Ablenkung allen Kurven zukommt, die in dem fraglichen Punkte dieselbe Normale haben. Mit eben so grossem Recht könnte man ein Kurvenelement durch seine Tangente ersetzen, da diese ja im Berührungspunkte dieselbe Normale wie die Kurve hat und daher einem dort einfallenden Strahle dieselbe Ablenkung gibt. Man kann nur von der Brechkraft eines Elementes, nicht aber von der Brechkraft in einem Punkte sprechen, ein Umstand, der diesem Forscher entgangen ist, der offenbar die Begriffe Brechkraft und Ablenkung verwechselt hat.

Die in dieser Weise ermittelten Brechkraftwerte wurden nun nicht nur für die Feststellung der Aberration angewandt, sondern auch einer Erörterung der Form der vorderen Hornhautfläche zu Grunde gelegt. Obwohl die hierbei gezogenen Schlüsse wenig Wert und Beweiskraft haben, sei doch erwähnt, dass sie von denjenigen der früheren Autoren nicht so sehr abweichen, was dem Umstande zuzuschreiben ist, dass die vordere Hornhautfläche von der Form einer Sphäre nicht mehr abweicht, als dass die mit den für eine solche geltenden Formeln berechneten Resultate doch qualitativ gewissermassen anwendbar sind. Wie leicht aber bei den obigen Berechnungen ein schwerer Fehler hätte entstehen können, erhellt ohne weiteres, wenn man sich den Fall denkt, dass die Fläche allmählich in eine unter kleinem Winkel zur Achse verlaufende Ebene überginge. Hier würde die Krümmung unendlich klein werden, während aber die Normale einen endlichen Wert behielte und die unter solchen Umständen gewonnenen Resultate würden selbstverständlich keine Schlüsse auf die Form der Kurve erlauben.

Wenn also nun die theoretische Begründung der Methode der Hornhautuntersuchung von v. Brudzewski nicht als stichhaltig angesehen werden kann, so ist doch seine praktische Methode zur Feststellung der Bestimmungsstücke verschiedener Hornhautpunkte ganz anwendbar. Sie erlaubt die direkte Messung der einen Koordinate und des Normalenwinkels, und aus diesen beiden Daten ist es dann leicht nach den Formeln von Gullstrand den Radius des betreffenden Bogenelementes zu finden, woraus sich weiter die zweite Koordinate berechnen

lässt. Seine Messungen hat er mit dem Ophthalmometer von JAVAL und SCHIÖTZ gemacht und dabei die eine Lichtquelle auf der Ophthalmometerachse fest angebracht, die andere auf dem Bogen frei verschiebbar gelassen. Durch Einsetzen verschiedener Prismen konnten nun die Messungen an verschiedenen Punkten eines Meridianes vorgenommen werden.

Nach derselben Methode, an der er noch weitere Vereinfachungen vornahm, hat auch BASLINI eine Untersuchung an einer grösseren Anzahl von Augen unternommen. Von seinen Resultaten gilt im allgemeinen das von den vorigen Gesagte.

Wie aus dieser Übersicht über die verschiedenen zur Feststellung der Form der vorderen Hornhautfläche vorgenommenen Untersuchungen hervorgeht, gibt es unter den bis jetzt zu diesem Zwecke angewandten Methoden nur eine einzige, die sowohl betreffs theoretischer Begründung wie praktischer Ausführung einwandfrei ist, und zwar, wie oben dargelegt, die photographisch-ophthalmometrische Methode von GULLSTRAND. Es ist daher zu erwägen, ob es nicht angezeigt wäre, die bei der vorliegenden Arbeit erforderlichen Messungen an der vorderen Hornhautfläche nach dieser Methode auszuführen. Hierbei kommt aber in Betracht, dass dieselbe, obwohl sie die vollkommenste ist, die uns zur Verfügung steht, doch gewisse Nachteile hat; sie erfordert nämlich eine recht umständliche und kostspielige Versuchsanordnung, und das Arbeiten mit derselben ist ausserdem sehr zeitraubend. Aus diesem Grunde schien es daher angezeigt zu versuchen, ob man nicht mit einfacheren Mitteln auskommen könnte, ohne dass jedoch die Resultate, wenn auch freilich weniger genau als die nach der genannten photographischen Methode ermittelten, für den vorliegenden Zweck an genügender Genauigkeit zu wünschen übrig liessen.

Wie GULLSTRAND selbst andeutet, lassen sich unter gewissen Bedingungen die mit einem gewöhnlichen Ophthalmometer an der vorderen Hornhautfläche ausgeführten Messungen zu einer Berechnung der Form derselben nach den von ihm für seine photographische Methode abgeleiteten allgemeinen Formeln verwerten. Solche Ophthalmometermessungen erfordern nur eine verhältnismässig einfache Versuchsanordnung und sind leicht ausführbar. Da ein Versuch, in dieser Weise die Form der Hornhautfläche zu bestimmen, früher nicht gemacht worden war, wurde

zuerst eine Vorprüfung angestellt und da dieselbe, wie unten dargelegt werden soll, ergab, dass eine genügende Genauigkeit in dieser Weise zu erzielen war, wurde also für die vorliegende Untersuchung eine einfache Ophthalmometermethode der photographischen Methode vorgezogen.

Die Formeln für die Berechnung der Form einer Kurve aus den Bestimmungsstücken verschiedener Punkte an derselben und aus der Krümmung der dazwischen liegenden Bogenstücke, wurden oben Seite 17 gegeben. Jede der zwei Gleichungen enthält, wie ersichtlich, eine Beziehung zwischen drei Grössen, dem Radius eines Elementes der Kurve, dem Unterschied der Sinus oder Cosinus der Öffnungswinkel der Normalen in den Endpunkten desselben und der Differenz der gleichnamigen Koordinaten dieser Endpunkte. Bei der Ausführung einer praktischen Untersuchung kommt es nun darauf an, von diesen drei Grössen zwei durch Messungen an der zu untersuchenden Kurve zu bestimmen, während die dritte sich dann aus den Formeln leicht berechnen lässt. Bei der Auswahl dieser zwei zu messenden Grössen können bei der vorliegenden Untersuchung von drei denkbaren Kombinationen zwei in Frage kommen und danach die nötigen Messungen nach zwei verschiedenen Verfahren gemacht werden.

I. Das *erste* Verfahren besteht in der Bestimmung des Radius in verschiedenen Elementen eines Meridianschnittes, was damit gleichbedeutend ist, dass in den Formeln der Radius und die Normalenwinkel bekannt sind, während die Koordinatendifferenzen berechnet werden müssen. Dasselbe kann auf die »Bildgrössenmethode» der Ophthalmometrie zurückgeführt werden und ist dem von Sulzer und Eriksen benutzten Verfahren analog. Es setzt voraus, dass der Radius unter successivem Drehen des Auges in Element nach Element der ganzen Schnittlinie entlang bestimmt wird, wobei man jedes Element als ein Zirkelbogenstück betrachtet. Hierbei muss man genau darauf achten, dass die Elemente dicht an einander liegen und die Endpunkte, aber auch nur diese, gemeinschaftlich haben. Es wird in dieser Weise das Bild eines unveränderlichen, von Lichtquellen markierten Gegenstandes in Element nach Element, einem ganzen Hauptschnitt der vorderen Hornhautfläche, entlang gemessen.

Zur Berechnung des Krümmungsradius der Elemente aus den Messungen der Bildgrössen dient die oben gegebene Formel (1)

$$\rho = \frac{y_2 - y_1}{\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1}$$

Der Zähler $y_2 - y_1$ ist hier gleich der Bildgrösse $B$, und falls ausserdem die beiden Lichtquellen symmetrisch zum Objectiv des Beobachtungsfernrohrs stehen, sind die Normalenwinkel in den beiden Reflexionspunkten beide gleich. Sind dazu noch diese Winkel klein gewählt worden, wie es bei der folgenden Untersuchung der Fall war, so ist es zulässig die einfache Gaussische Formel

$$\rho = \frac{2Ba}{b}$$

anzuwenden, in der $a$ den Abstand des Gegenstandes, $b$ dessen Grösse bezeichnet. Es sei aber nebenbei bemerkt, dass dies nicht der Fall wäre, wenn die Lampen, wie beispielsweise in den Versuchen von Sulzer und Eriksen, asymmetrisch zur Achse stünden, da ja dann die beiden Normalenwinkel ungleich gross sind und daher diese Vereinfachung nicht erlauben.

Um eine möglichst genaue Kenntnis der Variationen der Krümmung längs einem Meridianschnitte zu erhalten, müssen die gemessenen Elemente möglichst klein gemacht werden. Eine untere Grenze für dieses Bestreben ergibt sich jedoch aus der Betrachtung, dass sich die bei jeder Radienbestimmung entstehenden Fehler bei der Koordinatenberechnung summieren und dass daher ein Operieren mit einer grossen Zahl kleiner Elemente für die peripheren Teile einen beträchtlichen Fehler mit sich bringen könnte. Sulzer hat Elemente von 2,5 mm Grösse gemessen, Eriksen von 1 mm und Gullstrand von $^2/_3$ mm. Es wurde hier versucht die Elemente nur $^1/_2$ mm gross zu machen. Da, wie aus der im Folgenden gemachten Fehlerberechnung hervorgeht, der Fehler von y für jedes Element 0,015 mm beträgt, und da bei einer Grösse der Elemente von $^1/_2$ mm zehn solche auf jede Seite des Achsenpunktes kommen, wird durch Summation dieser Fehler derjenige für die y-Koordinate des Endpunktes des letzten Elementes höchstens den zehnfachen Betrag dieses Wertes haben,

d. h. in diesem Falle 0,15 mm, was ja doch als befriedigend genau für den vorliegenden Zweck angesehen werden kann.

Eine Fehlerquelle entsteht bei diesen Messungen dadurch, dass die Drehungen des Auges um den Drehpunkt desselben, und nicht, wie hier angenommen wurde, um den Krümmungsmittelpunkt der vorderen Hornhautfläche ausgeführt werden. Werden nun aber bei der ophthalmometrischen Messung die Anordnungen so getroffen, dass sie die Bedingungen dafür erfüllen, dass die vom beobachteten Auge zum Ophthalmometer kommenden Strahlen als parallel betrachtet werden können, so erhält, da ja der Drehungspunkt dem Hornhautzentrum sehr nahe liegt, dieser Umstand keinen Einfluss auf die Resultate der Messungen.

II. Das *zweite* Verfahren besteht in der trigonometrischen Verfolgung von Strahlen, die unter verschiedenen Neigungen die vordere Hornhautfläche treffen. Das zu untersuchende Auge blickt hierbei stets in derselben Richtung, die eine Lichtquelle wird so aufgestellt, dass ihr Bild mit dem ophthalmometrischen Achsenpunkte der Fläche zusammenfällt, die andere wird stufenweise nach der Peripherie geschoben. Mit dem Ophthalmometer werden nun die Bilder dieses veränderlich grossen Gegenstandes an der spiegelnden Fläche gemessen, was ja der Bestimmung der y-Koordinate des Einfallspunktes gleichkommt, und aus der Neigung des einfallenden und reflektierten Strahles wird der Öffnungswinkel der Normale berechnet. Die Form des Hornhautschnittes kann dann nach der Formel (1) berechnet werden, in der diesmal der Radius unbekannt ist, die Koordinatendifferenz und Normalenwinkeldifferenz dagegen bekannt sind. Das Verfahren wurde, wie gesagt von AUBERT schon angegeben, der es die Methode der Messungen bei ruhig bleibendem Auge und veränderlichem Bilde nennt, sie aber nicht gebraucht hat, da er die bezüglichen Formeln nicht ableiten konnte; BRUDZEWSKI hat sie gebraucht und für sie Formeln abgeleitet, die aber, wie oben dargelegt wurde, unrichtig sind.

Da also zwei verschiedene Methoden zur Bestimmung der Form eines Hornhautschnittes vorliegen, kommt es nun darauf an, die eine von diesen für die hier auszuführenden Messungen zu wählen. Da die Genauigkeit der beiden Methoden, wie unten gezeigt werden soll, ungefähr die gleiche ist, so kommt es bei dieser Wahl eigentlich nur darauf an, wie

sich die praktische Ausführung der Messungen nach der einen oder der anderen stellt. Da nun die Messungen nach der ersten Methode weit bequemer sind, wurde es vorgezogen, die Messungen nach dieser zu machen, wonach dann einige Kontrollmessungen nach der zweiten Methode vorgenommen wurden, um die Richtigkeit der gewonnenen Resultate einigermassen prüfen zu können.

Zu den Messungen ist ein Ophthalmometer mit passenden Lichtquellen erforderlich. Von den verschiedenen Ophthalmometerkonstruktionen können eigentlich nur diejenigen von HELMHOLTZ und von JAVAL und SCHIÖTZ in Frage kommen. Beide liefern Resultate, die zur Berechnung der Form nach den gegebenen Formeln verwertet werden können. Das Instrument von J. und S. hat aber den Nachteil, dass die Messung kleiner Elemente nicht so gut erzielbar ist; wird nämlich für die Verdoppelung ein Prisma mit kleinem Winkel und also kleiner Verdoppelung angewandt, so werden gleichzeitig die Resultate dadurch weniger sicher, dass die chromatische Aberration einen mehr störenden Einfluss auf die Kollimation erhält. Für die Messung kleiner Elemente ist daher das Instrument von HELMHOLTZ entschieden vorzuziehen. Indessen muss daran erinnert werden, dass auch dieses nicht ideal ist; abgesehen davon, dass die Messungen mit demselben einen sehr grossen Zeitaufwand bedingen, indem für jedes Mass nicht weniger als acht Ablesungen gemacht werden müssen, und dass ausserdem jede Ablesung durch die Anordnung der Scalen äusserst zeitraubend ist, so kommt noch in Betracht, dass durch die Zahnraddrehung der Platten und andere Umstände noch andere Fehlerquellen eingeführt werden. Diese Mängel sind von AUBERT beachtet worden und dieser Forscher hat auch ein genaueres und bequemeres Instrument hergestellt; für die vorliegenden Versuche stand jedoch nur ein gewöhnlicher Ophthalmometer des HELMHOLTZschen Typus aus den MEYERSTEINschen Werkstätten zur Verfügung.

Auch die zur Erzeugung der katadioptrischen Bilder im zu untersuchenden Auge bestimmten Lichtquellen waren früher ein Gegenstand grosser Besorgnis für die Ophthalmometrologen. Es zeigte sich immer schwierig, jene Bilder einerseits möglichst fein und schmal, anderseits möglichst lichtstark zu machen. Hier leisten aber die ophthalmometrischen NERNSTlampen von GULLSTRAND sehr grosse Dienste, indem sie nicht

nur eine grosse Lichtintensität besitzen, sondern auch, indem sie die Einengung der Spalte erlauben, eine sehr bedeutende Feinheit der leuchtenden Fläche ergeben.

Für die praktische Ausführung der Messungen nach dem *ersten* Verfahren wurden nun folgende Anordnungen getroffen. Eine ungefähr 1 m hohe, 1/3 m breite und 1 1/2 m lange Ophthalmometerbank wurde aufgestellt und am Boden festgeschraubt. Vor derselben wurde ein kleiner, ebenso hoher, Tisch in gleicher Weise angebracht. Die Bank diente zur Aufstellung des Ophthalmometers und der Lichtquellen, der Tisch zur Anbringung einer Kopfstütze für die Versuchsperson. Als Kopfstütze diente meistens ein Brett mit einem kreisrunden Loche, dessen Diameter ungefähr 4 cm betrug, und welches mit den nötigen Löchern und Auskerbungen für Nase und Stirn der Versuchsperson versehen war, eine Anordnung die wie eine Prüfung darlegte, eine sehr genaue Einstellung des Auges erlaubt. Um in beliebiger Neigung zur Horizontale gestellt werden zu können, wurde sie mit Winkeleisen versehen und durch Unterschieben von Klötzen wurde ihr in jedem Falle die zur Messung der gewünschten Meridianebene erforderliche Stellung gegeben. Auf der Bank wurde nun zur Orientierung der Lichtquellen und des Ophthalmometers eine Scala, die Ablesungen in Millimeter erlaubte, in der Längsrichtung der Bank horizontal und ein wenig höher als das zu beobachtende Auge aufgestellt; sie war zwei Meter lang. Der 0-Punkt derselben wurde so angebracht, dass er gerade vor dem zu beobachtenden Auge zu liegen kam und der Abstand zwischen Scala und Kopfstütze so abgepasst, dass, wenn das Auge eingestellt wurde, die Entfernung vom 0-Punkt zum Hornhautscheitel gerade 1 000 mm betrug. Die Längsrichtung der Scala wurde so gewählt, dass die Verbindungslinie zwischen 0-Punkt und Hornhautscheitel einen rechten Winkel mit derselben machte. Hinter der Scala kamen nun die Lichtquellen und der Ophthalmometer. Der letztere wurde hinter dem 0-Punkt der Scala aufgestellt und mit Hilfe eines Fernrohres in gerade horizontale Stellung und auf die Höhe der Pupillenmitte gebracht. Die nähere Einstellung desselben geschah in der Weise, dass von dem 0-Punkt der Scala ein Lot an feinem Faden herabgehängt wurde; über diesem Faden wurde der Ophthalmometer auf das in der Pupillenmitte belegene Bild einer

kleinen, dicht unterhalb des Plattenhauses als Augenmerk angebrachten Lichtquelle eingestellt. Es kam dann die Einstellung der Lichtquellen; da wie oben dargelegt wurde, die Grösse der gemessenen Elemente ungefähr $^1/_2$ mm betragen sollte, was bei einem Hornhautradius von ungefähr 7,5 mm einer Winkelöffnung des Elementes von 4° entspricht, mussten die Lampen, wie ersichtlich, so aufgestellt werden, dass der Winkel zwischen ihnen den doppelten Betrag hatte. Es wurde daher jede von ihnen in einer Entfernung von 70 mm von der Ophthalmometerachse aufgestellt, was einem Winkelabstand der Lampe von derselben von 4°0′ 15″ und folglich einer Normalenwinkelgrösse von 2°0′ 7″ im Reflexionspunkte entspricht. Der von den Normalen in den spiegelnden Punkten umfasste Winkel kann daher ohne weiteres als 4° gross betrachtet werden. Die Einstellung der Lampen geschah in der Weise, dass man sie so aufstellte, dass das vom betreffenden Teilstrich der Scala herabhängende Lot die leuchtende Fläche der Spalte halbierte, wonach die Lampe dann bei Beibehaltung ihrer Stellung zum Faden gedreht wurde, so dass ihr Licht auf die Cornea des zu untersuchenden Auges fiel. Um die Kollimation der Bilder zu erleichtern, wurden die Lampen so gestellt, dass das obere Ende der einen, das untere Ende der anderen Spalte in der Höhe der Pupillenmitte und der Mitte des Ophthalmometerobjectivs lagen; beide Spalten standen vertikal.

Die Versuchsperson wurde nun zuerst aufgefordert ins Objectiv des Ophthalmometerfernrohres hineinzublicken, und das hierbei von den Lichtquellen bestimmte Element dann gemessen. Für die Messung des nächstliegenden Elementes wurde dann das Auge gedreht, indem die Richtung der Gesichtslinie verändert wurde. Um dabei zu erreichen, dass der Endpunkt des neuen Elementes mit dem des zuerst gemessenen zusammenfiel, so dass sich die eine Lichtquelle bei der Messung des zweiten Elementes gerade in dem Punkte spiegelte, in dem sich bei der Messung des ersten die andere spiegelte, wurde das Auge um einen gerade so grossen Winkel gedreht, wie es die Winkelgrösse des zuerst gemessenen Elementes betrug, das heisst in diesem Falle um 4°. Die Drehungen wurden dadurch geleitet, dass ein Augenmerk in passender Stellung mit Hilfe der Scala eingestellt wurde. Als Augenmerk diente eine Laterne mit einer elektrischen Glühlampe, die einen leuch-

tenden Punkt ergab und die immer so aufgestellt wurde, dass die Messungen längs der Schnittlinie des Systems mit der Symmetrieebene gemacht wurden, d. h. im Winkelabstande 3 von derselben.

Bei der Messung eines zur Symmetrieebene senkrechten Schnittes wurde die Scala in senkrechter Stellung an der Bank festgeschraubt. Die Lampen und Ophthalmometer wurden mittels eines winkelrecht von derselben abstehenden Schirmes orientiert. Übrigens geschahen die Messungen in analoger Weise.

Bei den Messungen nach dem zweiten Verfahren kam eine ähnliche Versuchsanordnung, wie bei dem ersten, zur Anwendung. Da aber hier auch Winkel in Frage kamen, die grösser als 45° waren, so wurde aus leicht ersichtlichen Gründen winkelrecht zur ersten Scale in einer Entferung von 80—100 cm vom 0-Punkt eine zweite Scala gestellt, die dazu diente, die Lichtquellen einzustellen. Als Kopfstütze war es hier vorteilhaft, einen einfachen Rahmen für den Kopf anzuwenden, der das Gesicht in der Umgebung des Auges frei liess. Der Ophthalmometer wurde hier gleichfalls auf den 0-Punkt gestellt. Die eine ophthalmometrische Nernstlampe wurde vor der Spalte mit einem Prisma versehen, das die Richtung des Lichtes um einen rechten Winkel änderte, und dann so aufgestellt, dass das Bild des Spaltes im Prisma in der die Objectivöffnung halbierenden Ebene zu liegen kam. Die andere Lichtquelle wurde in der Höhe der Pupillenmitte so aufgestellt, dass das Licht in verschiedenen Einfallswinkeln auf das Auge zu fallen kam. Die Blickrichtung des zu untersuchenden Auges wurde durch ein Augenmerk bestimmt. Bei Messung des zur Symmetrieebene senkrecht stehenden Meridianes wurde die Scala gleichfalls vertikal gestellt und die Orientierung an derselben mit Hilfe eines kleinen Schirmes ausgeführt.

Es erübrigt nun, die Genauigkeit dieser Messungen zu besprechen. Den Berechnungen wird bei der ersten Methode die oben angegebene Formel für sphärische Convexspiegel von Gauss zu Grunde gelegt und um den Einfluss der ver-

schiedenen Fehlerquellen auf das Resultat beurteilen zu können, wird diese Formel differenziert. Sie hat die Form

$$\varrho = \frac{2Ba}{b}$$

was nach Logarithmierung und Differenzierung den Ausdruck

$$\Delta\varrho = \varrho\left(\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta b}{b}\right)$$

gibt, wo die Differenzen der Grössen die begangenen Fehler darstellen. Die Werte dieser Fehler müssen nun festgestellt werden. Wie leicht ersichtlich, sind die Differenzen $\Delta a$ und $\Delta b$ für alle gemessenen Elemente gleich, $\Delta B$ variiert dagegen von Element zu Element. Die beiden ersten seien daher zuerst besprochen.

Was zuerst $\Delta b$, den Fehler bei der Bestimmung der Grösse des Gegenstandes anbelangt, so dürfte wohl dieser bei dem geschilderten Verfahren recht unbedeutend sein. Es machte keine Schwierigkeit, die die Endpunkte dieses Gegenstandes markierenden Lampen so einzustellen, dass die Mitte der Spalte gerade vor den gewünschten Teilstrich der Scala zu stehen kam, was wie gesagt mit Hilfe eines Lotes gemacht wurde. Die Stellung des Fädchens vor der Mitte der Spalte konnte sowohl von der Seite des untersuchten Auges aus kontrolliert werden, als auch von der Seite des Untersuchers durch Beobachtung des Schattens desselben, der dabei auf die Mittellinie durch den Bulbus fiel. Unter diesen Umständen dürfte es wohl berechtigt sein $\Delta b$ auf höchstens 1 mm zu schätzen.

Es kommt dann die Bestimmung der Grösse $\Delta a$, des Fehlers bei der Feststellung des Abstandes zwischen dem Scheitel der vorderen Hornhautfläche des gemessenen Auges und dem 0-Punkt der Scala. Der Abstand vom Rande des Augenloches der Kopfstütze zu diesem Punkte der Scala konnte leicht mit grösster Genauigkeit gemessen werden, nicht so genau aber der Abstand der Ebene des ersteren vom Hornhautscheitel und ausserdem können bei den peripheren Blickrichtungen des Auges kleine Verschiebungen des Hornhautscheitels im Verhältnis zur Kopfstütze zu Stande kommen. Für den dabei entstehenden Fehler dürften wohl 5 mm angegeben werden müssen; es wird also $\Delta a = 5\,\text{mm}$ gesetzt.

Die Bestimmung der Grösse von $\Delta B$ fällt mit der Bestimmung der Genauigkeit der Ophthalmometerablesungen bei dem Instrumente von HELMHOLTZ überhaupt zusammen. Dieselbe ist ziemlich unabhängig von der Grösse des gemessenen Bildes, so lange wenigstens die Drehung der Platten nicht eine Winkelgrösse von 60° überschreitet, eine Grenze, die HELMHOLTZ selbst aufgestellt hat; sie hängt also eigentlich nur von der Genauigkeit ab, mit der die Kollimation der Lichtquellenbilder bewirkt werden kann. Die Exaktheit jener Kollimation kann durch mehrere Vorsichtsmassregeln erhöht werden. Die Wahl der Lichtquellen hat hierbei einen grossen Einfluss. Hierin lag auch die grösste Schwierigkeit der Ophthalmometrie. Lange war man darauf angewiesen, Gasflammen zu benutzen, und es war ein grosser Fortschritt als AUBERT glühende Platinfäden als Objecte bei der Messung einführte. Bei den vorliegenden Messungen wurden wie erwähnt, zwei ophthalmometrische NERNSTlampen von der GULLSTRANDschen Konstruktion gebraucht. Die Lichtstärke in der Spalte ist bei diesen Lampen so gross, dass dieselbe, auch wenn die Spalten äusserst eng gemacht werden, doch genügt, um anwendbare Bilder zu erzeugen. Die Bilder an der vorderen Hornhautfläche hatten dann die Form von kurzen Stäbchen, und liessen sich gut kollimieren, besonders wenn die Lampen so gestellt waren, dass das eine Bild bei der Kollimation in der Verlängerung des anderen zu liegen kam. Wurde ausserdem das beobachtende Auge vor der Untersuchung gut dunkeladaptiert und ein nicht zu lichtschwaches Ocular für das Ophthalmometerfernrohr gebraucht, so konnten hierbei nach einiger Übung recht gute Resultate erzielt werden. Es wurde auch probiert, ein Paar »mires» von der JAVALschen Konstruktion anzuwenden, aber die Resultate wurden hierbei nicht so genau, wie mit den Spaltlampen. Ein anderer Umstand, der von Einfluss auf die Genauigkeit war, war der Todgang der Schrauben, welche die Zahnräder der Ophthalmometerplatten drehen. Wird nämlich die Drehungsrichtung umgekehrt, so setzt sich dabei nur die eine Platte sofort in Bewegung, die andere erst nach einiger Drehung in der neuen Richtung. Dieser Umstand war bei dem hier gebrauchten Instrumente von ziemlich grosser Bedeutung. Um der hierbei entstehenden Fehlerquelle zu entgehen, wurde die Drehung bei der Kollimation, so oft es sich tun liess, nur in einer Richtung ausgeführt.

Als Mass der Genauigkeit der bei der Messung des Spiegelbildes erhaltenen Resultate können verschiedene Grössen in Betracht kommen. So kann man die maximale Differenz zwischen den für eine Bildgrösse mit dem Ophthalmometer ermittelten Werten wählen, oder man kann durch Behandlung der Differenzen der Ablesungen nach der Methode der kleinsten Quadrate den wahrscheinlichen Fehler derselben berechnen, und schliesslich kann man, da der hauptsächliche Fehler bei der Kollimation entstehen dürfte, den Fehler dadurch bestimmen, dass man die Bilder im Ophthalmometer kollimiert und dann die Grenzen feststellt, innerhalb deren die Platten gedreht werden können, ohne dass man den Fehler in der Kollimation zu entdecken vermöchte.

Da die Genauigkeit der Ophthalmometermessungen von der Grösse der Plattendrehung ziemlich unabhängig ist, und daher für verschiedene Bildgrössen ungefähr dieselbe Genauigkeit bei der Bestimmung zu erwarten ist, dürfte es am zweckmässigsten sein, ein für alle Messungen gemeinschaftliches Mass der Genauigkeit anzunehmen. Hierdurch erspart man sich die grosse Mühe, für jedes gemessene Element die Genauigkeit zu bestimmen. Zu einem solchen Masse eignet sich am besten die bei einer grösseren Zahl von Messungen beobachtete maximale Differenz zwischen den Werten für eine und dieselbe Bildgrösse. Eine Untersuchung über diesen Gegenstand ergab, dass diese maximale Differenz bei den zehn für jede Grösse vorgenommenen Messungen äusserst selten den Betrag von 0,2° Plattendrehung überstieg. Dieser Wert wurde daher als Mass der Genauigkeit der Messungen angenommen. Bei den Messungen wurde immer nachgesehen, dass dieser Wert nicht überschritten wurde; in den seltenen Fällen aber, in denen dies geschah, wurden immer so viele Ablesungen vorgenommen, dass der nach der Methode der kleinsten Quadrate ermittelte wahrscheinliche Fehler diese obere Grenze nicht überstieg. Meistens waren jedoch die erhaltenen Werte für die Bildgrössen weit genauer, indem für manche Bestimmungen der wahrscheinliche Fehler die Grösse von $\pm$ 0,03° nicht überstieg.

Wird also eine Genauigkeit der Ophthalmometermessungen von 0,2° Plattendrehung angenommen, so wird $\Delta B$ in diesen Fällen, wo es sich um eine Plattendrehung von 7°—8° han-

delt, was ungefähr einer Bildgrösse von $^1/_2$ mm entspricht, auf rund 0,15 mm kommen.

Werden nun die so bestimmten Werte für die Differenzen in die obige Gleichung eingesetzt, so erhält man für $\Delta\varrho$ den Ausdruck in mm

$$\Delta\varrho = 8.\left(\frac{1}{140} + \frac{5}{1{,}000} + \frac{0{,}015}{0{,}500}\right) = 8.(0{,}007 + 0{,}005 + 0{,}030) = 0{,}336$$

wobei $\varrho$ der Wert 8 mm und $B$ der Wert 0,5 mm erteilt wird. Wie hieraus hervorgeht, ist es besonders der Fehler bei der Messung der Bildgrösse, der in Betracht kommt, da ja die aus anderen Gründen entstehenden Fehler verhältnismässig klein sind. Die bei den Messungen der vorderen Hornhautfläche nach diesem Verfahren erhaltene Genauigkeit, die einer Genauigkeit von 1 Dioptrie entspricht, kann als ziemlich befriedigend betrachtet werden. AUBERT rechnet bei seinem Ophthalmometer mit einem Fehler von $^2/_3{}'$ Plattendrehung, was einem Fehler von 0,29 mm im Radius und 2 Dioptrien im Brechkraftwerte gleich kommt. SULZER und ERIKSEN behaupten wohl, sie hätten die bedeutend grössere Genauigkeit von 0,1 Dioptrie erreicht, was einem Fehler im Radius von 0,007 mm entsprechen würde, doch dürften sie sich in dieser Beziehung täuschen.

Bei den Messungen nach der zweiten Methode werden die Werte für die $y$-Koordinaten der gemessenen Punkte direkt mit dem Ophthalmometer bestimmt. Sie werden also mit den oben besprochenen Fehlern der Ophthalmometermessungen im Allgemeinen behaftet, wozu noch der Fehler bei der Bestimmung des Winkels $\varphi$ kommt. Um die Genauigkeit bei der Bestimmung des Radius in diesem Falle zu beurteilen, hat man die Formel (1) zu logaritmieren und zu differentiieren, und erhält dabei den Ausdruck

$$\Delta\varrho = \varrho\left[\frac{\Delta(y_2 - y_1)}{y_2 - y_1} + \frac{\Delta(\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1)}{\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1}\right] = \varrho\left[\frac{\Delta y_2 + \Delta y_1}{y_2 - y_1} + \right.$$

$$\left. + \frac{\cos\varphi_2\Delta\varphi_2 + \cos\varphi_1\Delta\varphi_1}{\sin\varphi_2 - \sin\varphi_1}\right] \ldots\ldots\ldots (2)$$

In dem ersten dieser beiden Brüche hat man im Zähler $\Delta y_2 = \Delta y_1 = 0{,}015$ und da die beiden gemessenen Punkte in einer ungefähren Entfernung von 0,5 mm von einander liegen,

kann man diese Grösse für den Nenner einsetzen. Der zweite Bruch hat, wie aus einer einfachen Betrachtung hervorgeht, seinen grössten Werth für die kleineren Winkel und sei daher für $\varphi_2 = 8^\circ$ und $\varphi_1 = 4^\circ$ berechnet. Bei den Messungen wird $\varphi_2$ durch den Ausdruck

$$\operatorname{tg} 2\varphi_2 = \frac{b_2}{a}$$

bestimmt, in dem $a$ den Abstand des Hornhautscheitels vom 0-Punkt der Scale, $b_2$ die Grösse der Entfernung zwischen den beiden Lampen bezeichnet; durch Logaritmierung und Differentiierung dieses Ausdruckes erhält man

$$\frac{2\Delta\varphi_2}{\cos^2 2\varphi_2} = \frac{b_2}{a}\left(\frac{\Delta b_2}{b_2} + \frac{\Delta a}{a}\right)$$

Aus diesem Ausdrucke und aus dem analog für $\varphi_1$ hergeleiteten kann man dann den Werth von $\Delta\varphi_2$ und $\Delta\varphi_1$ berechnen, wobei $\Delta a = 3$ und $\Delta b_2 = 1$ gesetzt werden. Die in diesem Falle angenommene grössere Genauigkeit von $\Delta a$ rührt daher, dass das Auge hier nicht gedreht zu werden braucht. Durch einsetzen der betreffenden Werthe in die obige Gleichung erhält man $\Delta\varphi = 0.648$

Wie oben bemerkt wurde, erfordern die Messungen mit dem dem Ophtalmometer von Helmholtz für jede Messung nicht weniger als acht Ablesungen. Es fragte sich nun, ob nicht die hierdurch bedingte umständliche Arbeit in irgend welcher Weise vereinfacht werden konnte. Zu diesem Zwecke wurde mit dem Ophtalmometer das 1 mm grosse Bild des Abstandes zwischen den beiden Lichtquellen in einer Glaslinse 20 mal gemessen. Einerseits wurden nun die für $0 \pm \alpha$ (dem Drehungswinkel), andererseits die für $180 \pm \alpha$ erhaltenen Werte zusammen genommen und der Mittelwert der bei diesen beiden Plattenstellungen erhaltenen Grösse genommen. Es erwies sich nun, dass der Unterschied dieser Mittelwerte nicht die Grösse des angenommenen Fehlers überschritt, indem er 0,09° Plattendrehung betrug. Da dasselbe auch der Fall für ein Bild von 2 mm Grösse war, so wurde hier und im Folgenden die Messungen nur bei der einen Plattenstellung vorgenommen, wodurch man sich die Hälfte der Ablesungen ersparte.

Es wurde also in angegebener Weise die vordere Hornhautfläche der, wie oben erwähnt, ausgewählten drei Augen längs ihrer Schnittlinie mit der gemeinschaftlichen Symmetrieebene ihrer optischen Systeme gemessen. Am Auge I wurde ausserdem die Messung des senkrecht hierzu durch die Achse der vorderen Linsenfläche gehenden Meridianes vorgenommen. Die Resultate dieser Messungen werden in den Tabellen I und II gegeben. Für den Brechungsindex des Hornhautsystems wird der Wert 1,336 angenommen.

*Tab. I.*

Auge I. Vordere Hornhautfläche.

| Meridian 15°. | | | Meridian 105°. | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Winkel der Normale im Zentrum des gemessenen Elementes. | Radius. | Brechkraft. | Winkel der Normale im Zentrum des gemessenen Elementes. | Radius. | Brechkraft. |
| Nasal. | | | Oben. | | |
| 28° | 7,92 mm. | 42,5 D | 28° | 8,00 mm. | 41,9 D |
| 24° | 8,44 » | 42,5 » | 24° | 7,11 » | 40,9 » |
| 20° | 8,11 » | 41,2 » | 20° | 8,03 » | 41,8 » |
| 16° | 7,89 » | 42,6 » | 16° | 7,90 » | 42,5 » |
| 12° | 7,77 » | 43,2 » | 12° | 7,76 » | 43,2 » |
| 8° | 7,71 » | 43,6 » | 8° | 7,66 » | 43,9 » |
| 4° | 7,44 » | 45,1 » | 4° | 7,50 » | 44,8 » |
| 0° | 7,41 » | 45,3 » | 0° | 7,41 » | 45,3 » |
| 4° | 7,49 » | 44,9 » | 4° | 7,53 » | 44,5 » |
| 8° | 7,50 » | 44,8 » | 8° | 7,64 » | 43,9 » |
| 12° | 7,53 » | 44,5 » | 12° | 7,76 » | 43,2 » |
| 16° | 7,56 » | 44,4 » | 16° | 7,81 » | 43,0 » |
| 20° | 7,61 » | 44,1 » | 20° | 7,71 » | 43,6 » |
| 24° | 7,73 » | 43,5 » | 24° | 8,00 » | 42,0 » |
| 28° | 7,86 » | 42,7 » | 28° | 8,20 » | 40,9 » |
| 32° | 8,01 » | 41,9 » | 32° | 9,07 » | 37,0 » |
| 36° | 8,63 » | 38,9 » | 36° | — | — |
| 40° | 10,14 » | 33,1 » | 40° | — | — |
| Temporal. | | | Unten. | | |

*Tab. II.*

| Auge III. Vordere Hornhautfläche. Meridian 30°. | | | Auge II. Vordere Hornhautfläche. Meridian 35°. | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Winkel der Normale im Zentrum des gemessenen Elementes. | Radius. | Brechkraft. | Winkel der Normale im Zentrum des gemessenen Elementes. | Radius. | Brechkraft. |
| Nasal. | | | Nasal. | | |
| — | — | — | 32° | 8,92 mm. | 37,7 D |
| 28° | 8,47 mm. | 39,7 D | 28° | 9,35 » | 35,9 » |
| 24° | 8,34 » | 40,3 » | 24° | 8,43 » | 39,9 » |
| 20° | 8,12 » | 41,4 » | 20° | 8,03 » | 41,8 » |
| 16° | 7,92 » | 42,4 » | 16° | 7,81 » | 43,0 » |
| 12° | 7,86 » | 42,7 » | 12° | 7,90 » | 42,5 » |
| 8° | 7,74 » | 43,4 » | 8° | 7,67 » | 43,8 » |
| 4° | 7,67 » | 43,8 » | 4° | 7,61 » | 44,2 » |
| 0° | 7,67 » | 43,8 » | 0° | 7,71 » | 43,6 » |
| 4° | 7,61 » | 44,2 » | 4° | 7,67 » | 43,8 » |
| 8° | 7,71 » | 43,5 » | 8° | 7,69 » | 43,6 » |
| 12° | 7,82 » | 43,0 » | 12° | 7,71 » | 43,6 » |
| 16° | 7,96 » | 42,4 » | 16° | 7,97 » | 42,2 » |
| 20° | 7,90 » | 42,5 » | 20° | 8,21 » | 40,9 » |
| 24° | 8,10 » | 41,5 » | 24° | 8,93 » | 37,6 » |
| 28° | 8,20 » | 40,5 » | 28° | 9,33 » | 36,1 » |
| 32° | 8,67 » | 38,8 » | 32° | 10,60 » | 31,7 » |
| 36° | 10,85 » | 31,0 » | 36° | 14,32 » | 23,5 » |
| Temporal. | | | Temporal. | | |

Aus den für die Krümmung gefundenen Werten werden dann die Bestimmungsstücke der Endpunkte der gemessenen Elemente, nach der Formel (1) ausgerechnet. Da diese Werte später für die Berechungen an den Linsenflächen dienen sollen, werden sie in Bezug auf die Schnittpunkte der Achsen dieser beiden Flächen und der vorderen Hornhautfläche als Ursprung berechnet. Die hierbei erhaltenen Werte für das Auge I im Meridian 15° werden in Tab. III mitgeteilt. Aus diesen Tabellen konnten dann die Bestimmungsstücke eines beliebigen Punktes durch Interpolation ermittelt werden.

Es wurden nun nach der Methode II Kontrollmessungen angestellt. Sie ergaben für das Auge I im Meridian 15°

*Tab. III.*

Auge I. Vordere Hornhautfläche. Meridian 15°.

Bestimmungsstücke der gemessenen Punkte.

| In Bezug auf die Achse der vorderen Linsenfläche. | | | In Bezug auf die Achse der hinteren Linsenfläche. | | |
|---|---|---|---|---|---|
| α anterior = 5°30′. | | | α posterior = 6°. | | |
| *y*. | *x*. | φ. | *y*. | *x*. | φ. |
| Nasal. | | | Nasal. | | |
| 4,517 mm. | 1,445 mm. | 35°30′ | 4,565 mm. | 1,517 mm. | 36° |
| 4,050 » | 1,137 » | 31°30′ | 4,106 » | 1,209 » | 32° |
| 3,544 » | 0,851 » | 27°30′ | 3,591 » | 0,914 » | 28° |
| 3,033 » | 0,608 » | 23°30′ | 3,096 » | 0,663 » | 24° |
| 2,520 » | 0,433 » | 19°30′ | 2,584 » | 0,458 » | 20° |
| 2,000 » | 0,271 » | 15°30′ | 2,072 » | 0,295 » | 16° |
| 1,482 » | 0,148 » | 11°30′ | 1,548 » | 0,164 » | 12° |
| 0,976 » | 0,066 » | 7°30′ | 1,035 » | 0,075 » | 8° |
| 0,457 » | 0,015 » | 3°30′ | 0,524 » | 0,015 » | 4° |
| 0,065 » | 0,000 » | 0°30′ | 0,525 » | 0,015 » | 4° |
| 0,588 » | 0,023 » | 4°30′ | 1,045 » | 0,090 » | 8° |
| 1,115 » | 0,083 » | 8°30′ | 1,566 » | 0,180 » | 12° |
| 1,629 » | 0,181 » | 12°30′ | 2,083 » | 0,309 » | 16° |
| 2,147 » | 0,310 » | 16°30′ | 2,594 » | 0,471 » | 20° |
| 2,657 » | 0,480 » | 20°30′ | 3,105 » | 0,675 » | 24° |
| 3,168 » | 0,692 » | 24°30′ | 3,601 » | 0,923 » | 28° |
| 3,665 » | 0,940 » | 28°30′ | 4,127 » | 1,225 » | 32° |
| 4,183 » | 1,251 » | 32°30′ | 4,715 » | 1,615 » | 36° |
| 4,771 » | 1,647 » | 36°30′ | Temporal. | | |
| 5,443 » | 2,195 » | 40°30′ | | | |
| Temporal. | | | | | |

das unten angegebene Resultat. Die nach den verschiedenen Methoden ermittelten Werte von *y* in Millimeter sind in Bezug auf die Achse der vorderen Linsenfläche berechnet.

| | Temp. 32°30′ | 12°30 | 11°30′ | 31°30′ Nas. |
|---|---|---|---|---|
| Methode I . . . | 4,183 | 1,629 | 1,482 | 4,050 |
| » II . . . | 4,229 | 1,642 | 1,506 | 4,100 |

Die Resultate scheinen also ziemlich befriedigend zu sein, indem die Abweichungen in keinem Falle die Grösse von 0,050 mm übersteigen und meistens weit geringer sind. Das gleiche war für die übrigen gemessenen Schnitte der Fall. Nur in einem Punkte, der 38° von der Achse lag, bezog sie eine Grösse von 0,060 mm (Auge II. Temporal).

Es erübrigt nun, zu sehen, inwieweit diese Resultate mit den früher an der vorderen Hornhautfläche gewonnenen übereinstimmen. AUBERT hatte gefunden, dass der zentrale Teil der vorderen Hornhautfläche annähernd einer Kugel verglichen werden konnte, während die peripheren Teile mit ihrer bedeutenden Abplattung mehr einer Fläche zweiter Ordnung entsprachen. Er unterschied danach eine zentrale »optische Zone» und eine periphere »Sklerazone». Er fand auch, dass die Abflachung in der nasalen Richtung vom Zentrum aus bedeutend früher eintrat. Diese Resultate wurden von SULZER bestätigt, der ausserdem von der Krümmung im vertikalen Meridian feststellte, dass sie vom Punkte der grössten Krümmung aus nach oben früher abnimmt als nach unten. Eingehender werden diese Resultate von ERIKSEN formuliert, der als »optische Zone» denjenigen Bezirk in der Umgebung des Achsenpunktes betrachtet, innerhalb dessen die Brechkraft nicht um mehr als eine Dioptrie abnimmt. Er erhält dabei als Mittelwert für den horizontalen Meridian nasalwärts 14°, temporalwärts 16,5°, nach oben 12,5°, nach unten 13,5° als Werte für die Winkelgrösse des zentralen sphärischen Gebietes. Ausserdem macht er unter anderem darauf aufmerksam, dass nach oben und auf der nasalen Seite die Krümmung gegen den Limbus hin wieder zunimmt. Durch seine einwandfreie Untersuchung hat GULLSTRAND diese Resultate in ihren hauptsächlichen Zügen bestätigt. Die hier vorliegenden Resultate stimmen meistens mit diesen Beobachtungen überein. So findet man auch hier die schnellere Abnahme der Krümmung nach der nasalen Seite und nach oben und gleichfalls — wenigstens bei den Augen I und II — die plötzliche Zunahme der Krümmung in diesen Richtungen im Limbus. Die optische Zone beträgt ungefähr den von ERIKSEN berechneten Umfang und alles in allem dürften die an der vorderen Hornhaut gewonnenen Resultate als ziemlich befriedigend angesehen werden können.

## IV.

Erst wenn man also die Mittel in der Hand hat, von dem Einfluss des Hornhautsystems auf den Strahlengang im Auge eine genaue Kenntnis zu gewinnen, kann man zur Messung der Linsenflächen am lebenden Auge übergehen, denn nur unter dieser Voraussetzung sind bei der Messung dieser Fläche exakte Werte zu erwarten.

Die Form der Linsenflächen ist Gegenstand von mehreren Untersuchungen gewesen. Diese sind, wie dies bei der Hornhaut der Fall war, sowohl an lebenden wie auch an toten Augen ausgeführt worden. In Anbetracht des Umstandes, dass die Beachtung des Einflusses der vor ihnen liegenden Teile des optischen Systems bei der Messung dieser Flächen am lebenden Auge nicht mit der erforderlichen Genauigkeit geschehen ist und dass die am lebenden Auge erhaltenen Resultate daher unsicher sind, haben die an enucleierten Augen vorgenommenen Untersuchungen betreffs der Linsenflächen eine entschieden grössere Bedeutung, als betreffs der Hornhaut, und verdienen daher eine eingehendere Berücksichtigung.

Der erste, welcher Messungen über die Form der Linsenflächen am *toten* Auge vornahm, war Petit, der im Anfang des achtzehnten Jahrhunderts solche anstellte. Er bediente sich hierzu kleiner Kupferplatten, an denen zirkelförmige Auskerbungen von verschiedenem Radius gemacht waren, wobei nun diejenige Platte ausgesucht wurde, die sich der betreffenden Linsenfläche am engsten anschmiegte. In dieser Weise fand er, dass die vordere Linsenfläche eine sphärische, die hintere eine sphärische oder parabolische Form hatte.

In einer ganz anderen Weise hat später Krause 1832 das Problem behandelt. Er verfuhr folgendermassen: Das zu untersuchende Auge wurde durch einen Messerschnitt äquatorial durch den Hornhautscheitel halbiert und die Schnittfläche dann unter Wasser gebracht und mit einem Mikroskop untersucht; mit einem Mikrometer wurden nun die Koordinaten der verschiedenen Punkte der Linsenflächen bestimmt. Hieraus versuchte Krause dann diejenige Kurve zweiten Grades zu bestimmen, die sich den Linsenflächen am nächsten anschliesst, und er ist dabei zu dem Resultat gekommen, dass sich die Schnittlinie der vorderen Linsenfläche einer Ellipse

um die kleine Achse, die Schnittlinie der hinteren sich einer Parabel nähere.

Nachdem die Technik der Ophthalmometrie durch KOHLRAUSCH und HELMHOLTZ ihre Umgestaltung erfahren hatte, wurde auch mit den neuen Hilfsmitteln die Frage nach der Form der Linsenflächen wieder in Angriff genommen. In ähnlicher Weise wie bei der Messung der Vorderfläche der Hornhaut ist KNAPP bei der Messung der Linsenflächen an enucleierten Augen vorgegangen. Er bestimmte also erstens den Radius im Scheitel der Flächen, und dann in Punkten jederseits desselben, ungefähr in der Mitte zwischen Scheitel und Rand. Zwei Augen wurden derartig untersucht. Für die vordere Linsenfläche fand er in einem Falle eine Zunahme der Krümmung nach der Peripherie zu, in dem anderen eine Abnahme. An der hinteren Fläche fand er für den so gemessenen Bezirk eine beinahe kugelige Krümmung.

Eine weit eingehendere Untersuchung hat HOLTH in 1900 vorgenommen. Er hat an toten Augen von sowohl Erwachsenen als auch von Kindern an sämtlichen brechenden Flächen Messungen vorgenommen. Dieselben wurden mit dem Ophthalmometer von JAVAL und SCHIÖTZ ausgeführt, wobei mit Hilfe eines Planspiegels das Licht vom Ophthalmometer nach dem unterhalb des Spiegels angebrachten Auge geleitet wurde. Das Auge war hier in einer kleinen Porzellanschale angebracht, die mittels eines Kugelgelenkes nach allen Seiten bewegt werden konnte. Die Flächen wurden durch eine dünne Ölschicht glänzend gemacht. Mit Hilfe des Kugelgelenkes konnte das Auge in verschiedene gewünschte Stellungen gebracht werden, und diese Einrichtung diente auch zur Zentrierung desselben, indem diejenige Stellung des Auges aufgesucht wurde, in der das Bild eines aus concentrischen Kreisen bestehenden Gegenstandes möglichst symmetrisch erschien. Der postmortal eintretenden Entspannung wurde durch eine Flüssigkeitsinjektion in den Glaskörper entgegengewirkt. Es wurden nun zuerst die Flächen der Hornhaut gemessen, die vordere Hornhautfläche direkt, die hintere indirekt, indem von dieser Fläche zuerst ein Gelatineabguss gefertigt und dann gemessen wurde. Für die Untersuchung der vorderen Linsenfläche wurde die Hornhaut am Limbus entfernt und nach Irisabtragung die vordere Linsenfläche gemessen. Um die hintere Linsenfläche der Messung zugänglich

zu machen wurden die hintere Hälfte des Bulbus und der Glaskörper entfernt. Die Messungen des Radius ergaben für die vordere Linsenfläche im Scheitel einen Radius von 12,40—9,41 mm, im Mittel 10,76 mm, was mit den am lebenden Auge in Accommodationsruhe gewonnenen Resultaten gut übereinstimmt. Für die Peripherie wurde eine Zunahme der Krümmung gefunden, so dass in einer Entfernung von 20—25° von der Achse der Krümmungsradius nur 5—7 mm betrug. Für die hintere Linsenfläche fand er im Scheitel einen Radius von 5,10—6,45 mm, der sich in einer Ausdehnung von 15° in jeder Richtung von Zentrum aus so gut wie gar nicht veränderte. Bei 20°—25° fand er eine Abflachung, indem der Radius hier 8,5 bis 14 mm war; weiter nach der Peripherie zu trat eine starke Krümmungszunahme ein, indem der Radius in einer Entfernung von 30°—35° nur 5—3,5 mm war. Holth vergleicht die vordere Linsenfläche mit einem Umdrehungsellipsoid um die kleine Achse, die hintere mit einem Umdrehungsparaboloid.

In einer ähnlichen Weise wie Holth hat später 1905 Dalén eine weit umfassendere Untersuchung über diesen Gegenstand vorgenommen. Die Augen wurden enucleiert und um Formveränderungen vorzubeugen, in Paraffin eingebettet. Dagegen wurden zuerst keine Injektionen in den Glaskörper vorgenommen. Die Anordnungen zur Messung waren übrigens denen von Holth ähnlich und diese wurde mit dem Ophthalmometer von Javal und Schiötz ausgeführt. Die Einstellung der peripheren Partien der Flächen wurde in verschiedener Weise erzielt. Bei einigen Versuchen wurde der Ophthalmometer längs einem gradierten Halbzirkel auf dem Ophthalmometertisch verschoben, bei anderen wurde der zur Ablenkung des Lichtes verwandte Spiegel in verschiedener Neigung eingestellt, bei noch anderen wurde schliesslich die eine Lichtquelle verschoben und die Messungen wie bei der oben für die Messung der Hornhaut beschriebenen Methode II ausgeführt. Die Flächen wurden im voraus als Rotationsflächen angenommen und die Werte der Krümmung in verschiedenen Winkelabständen als Mittelzahl von Messungen in mehreren Meridianen ermittelt.

Die Messungen von Dalén an Augen Erwachsener ergaben eine unverkennbare Abnahme der Krümmung der vorderen Linsenfläche nach der Peripherie, ein Resultat, das nach der Ansicht des Untersuchers mit den Verhältnissen am lebenden

Auge gut übereinstimmen dürfte, da er diese Abplattung unverändert fand, falls die Zonula abgeschnitten wurde. Freilich wird die Genauigkeit der Messungen nicht besprochen — die angeführten Fehlergrenzen betreffen nur die Differenzen der in verschiedenen Meridianen erhaltenen Werte — da aber die erhaltenen Werte vom Zentrum nach der Peripherie hin ziemlich kontinuierlich variieren, dürfte es ganz berechtigt sein, den erwähnten Schluss zu ziehen. Die vordere Fläche wurde innerhalb eines Winkelraumes von ungefähr 15°, die hintere innerhalb eines Winkelraumes von 15 —30 gemessen. Irgend welche weitere Schlüsse betreffs der Form der Flächen zieht der Verfasser nicht, sondern begnügt sich damit, zur besseren Übersicht seine Resultate in eine Tabelle einzutragen.

Zwischen den unter ziemlich gleichen Bedingungen erhaltenen Resultaten von Holth und Dalén besteht also betreffs der vorderen Linsenfläche ein offenbarer Widerspruch. Worin der Grund hierzu liegt, ist nicht so leicht zu entscheiden, doch dürfte die Erklärung, welche Dalén gibt, die richtige sein. Er macht darauf aufmerksam, dass Holth wahrscheinlich seine Linsenmessungen an Bulben vorgenommen hat, an denen er zur Erhaltung des Tonus eine Flüssigkeitsinjection in den Glaskörper vorgenommen hatte. Dalén hat selbst an einigen von den von ihm gemessenen Bulben die vordere Linsenfläche sowohl vor wie nach einer solchen Injection gemessen, und dabei gefunden, dass nach der Injection eine Zunahme der Krümmung in den peripheren Partien eintritt. Es sei in diesem Zusammenhange erwähnt, dass auch Besio an toten Augen eine Zunahme der Krümmung der vorderen Linsenfläche gegen die Peripherie zu gefunden hat; wie aber dabei die Augen behandelt worden waren, sagt er nicht. In Bezug auf die hintere Fläche stimmen aber die Resultate dieser beiden Forscher sehr gut überein. Es ist aber einleuchtend, dass diese an toten Augen gewonnenen Resultate mit einer gewissen Vorsicht aufgenommen werden müssen, um jeder Täuschung durch postmortale Phänomene zu entgehen.

Die am *lebenden* Auge ausgeführten Untersuchungen über die Krümmung der Linsenflächen betrafen meistens nur die Feststellung des Radius der zentralen Partien derselben; über diejenige der peripheren Partien liegt einzig eine Unter-

suchung von Besio vor. Dieselbe wurde zunächst in der Absicht ausgeführt, das Verhalten der Linse bei der Accommodation festzustellen. Die dabei angewandte Methode geht von dem Prinzip der Bestimmung des scheinbaren Zentrums der Linsenflächen von Tscherning aus und besteht in der Verfolgung von Strahlen, die, auf das optische System des Auges fallend, an der zu untersuchenden Fläche — es sei dies nun die vordere oder die hintere Linsenfläche — in dieselbe Richtung zurückreflektiert werden; die Verlängerung eines solchen Strahles geht dann durch das Zentrum des reflektierenden Elementes der bezüglichen Fläche und die Schneidepunkte von mehreren in einer Ebene liegenden solchen Strahlen ergeben die Evolute einer Schnittlinie der Fläche. Kennt man nun ausser der Evolute der bezüglichen Schnittlinie noch einen Punkt an derselben, so ist damit auch die Schnittlinie selbst bekannt. Es wird also bei dieser Methode die Aufgabe sein, die Gleichung mehrerer solcher Strahlen aufzustellen; dies ist auch leicht möglich, falls man die Punkte kennt, in denen sie die vordere Hornhautfläche durchstossen. Als bekannte Punkte an den Kurven hat man dann die Achsenpunkte der beiden Flächen, die man nach den üblichen Methoden leicht feststellen kann.

Die Untersuchung der beiden Linsenflächen nach dieser Verfahrungsweise setzt also einerseits die Bestimmung der Krümmung der vorderen Hornhautfläche, andererseits die Feststellung des Ortes der beiden Linsenflächen voraus. Die Bestimmung der Krümmung der vorderen Hornhautfläche wurde von Besio nach der Methode von Eriksen vorgenommen, und sind die Resultate von den dieser Methode anhaftenden Fehlern beeinflusst. Ausserdem wurden die Normalen nach der Methode von Brudzewski bestimmt; letztere Messungen scheinen einwandfrei ausgeführt worden zu sein, zu welchem Zwecke aber die Normalen hier bestimmt wurden, ist schwer zu verstehen, da sie in der Folge keine Anwendung fanden. Normalen und Radien wurden in eine Kurve eingetragen, wo ihre Längen in Millimetern zur Ordinate, der Winkelabstand des betreffenden Punktes von der Gesichtslinie zur Abscisse gewählt wurde; ausserdem wurde der Abstand der Punkte dieser Kurve von der Gesichtslinie in Millimetern gegeben, wie aber diese ermittelt wurden, darüber erhält man keinen Aufschluss. Die Bestimmung des Ortes der betreffenden Flächen

wurde nach der Methode von TSCHERNING ausgeführt, wodurch die Resultate auch mit den durch die Ungenauigkeit dieser Methode entstehenden Fehlern behaftet wurden.

Sind nun also schon die vorbereitenden Messungen zu dieser Untersuchung Gegenstand von Einwänden, so ist dies in um so höherem Grade mit der Ableitung der zu den weiteren Messungen erforderlichen Formeln der Fall. Zuerst wurden die Formeln für die Berechnung der Normalen abgeleitet, die aber nur dann für eine der bezüglichen Flächen richtig sind, falls die vor ihr liegenden Flächen des Systems als centrierte sphärische Flächen angesehen werden können, was wohl beim Auge kaum der Fall sein dürfte; übrigens gilt von diesen Berechnungen der Normalen die oben gemachte Bemerkung, dass sie von keiner grösseren Bedeutung für die Beurteilung der optischen Eigenschaften der gemessenen Kurve sind. Dann kommt die Ableitung der Formeln für den Radius. Für die vordere Fläche erhält er den Radius eines von zwei der Strahlen begrenzten Elementes als den um die Kammertiefe im Achsenpunkte verminderte Quotient zwischen der $y$-Koordinatendifferenz der Durchstossungspunkte der Strahlen an der vorderen Hornhautfläche und der Differenz ihrer Neigungen zur Achse nach der Brechung an derselben; für die hintere Fläche wird keine Formel abgeleitet, da aber trotzdem der Radius als aus den Messungen berechnet angegeben wird, dürfte wohl irgend eine analoge Formel für seine Berechnung angewandt worden sein. Es braucht wohl kaum auseinandergesetzt zu werden, wie sinnlos dieser Ausdruck für den Radius ist und wie wenig Wert die nach demselben gemachten Berechnungen der Radien haben. Zu diesen Ungenauigkeiten kommt noch, dass die zu untersuchenden Flächen a priori als um ihre Achse symmetrisch angesehen wurden — Verschiedenheiten in den an entsprechenden Punkten in gleicher Entfernung von dem Achsenpunkte an jeder Seite gefundenen Werten wurden auf eine mangelhafte Bestimmung der Winkel $\alpha$ zurückgeführt — und, dass die Winkel, die in den Berechnungen vorkommen, seien sie noch so gross, immer gleich ihrem Sinus gesetzt werden, noch andere Unrichtigkeiten zu verschweigen.

Die Messungen wurden sämtlich im horizontalen Meridiane ausgeführt. Sie wurden mit dem Ophthalmophakometer von TSCHERNING vorgenommen, wobei die Blickrichtung des

beobachteten Auges stufenweise nach den Seiten gedreht wurde, während das Beobachtungsfernrohr und die zur Erzeugung der katadioptrischen Bilder an den Linsenflächen dienende Lichtquelle im 0-Punkte des Instrumentes verblieben. Die Zuverlässigkeit der gemachten Ablesungen wurde in der Weise kontrolliert, dass sie in Kurven eingetragen wurden, mit den Neigungswinkeln der einfallenden Strahlen als Abscisse und den zu diesen gehörenden Einfallswinkeln als Ordinate. Falls diese Kurve nicht »gut» ausfiel, wurden die bezüglichen Ablesungen revidiert; inwieweit eine solche Prüfung von Werten, von denen man nicht weiss, inwieweit sie Funktionen von einander sind, einen Wert hat, sei aber dahingestellt. Die Messungen betrafen nur die Teile des Horizontalmeridianes, die in einem Abstande von 1—2 mm von der Achse entfernt waren, indem die Messung der zentraler liegenden Partien durch die lichtstarken Hornhautreflexe, die der peripherer liegenden durch die Iris gehindert wurde; da auch das Verhalten bei der Accomodation untersucht werden sollte, wurde nämlich nur Cocain zur Dilatation der Pupille angewandt. Die aus den Messungen nach den erwähnten Formeln berechneten Werte für die Radien wurden dann zur Ermittelung der Form der Schnittlinie weiter verarbeitet. Dabei wurde zuerst durch eine graphische Interpolation der Scheitelradius ermittelt und dann aus der bekannten Beziehung, die zwischen dem Scheitelradius und dem Radius und der Normalen in einem beliebigen Punkte einer Kurve zweiten Grades besteht, durch weitere Approximationen die den gefundenen Werten sich anschmiegende Kurve zweiten Grades berechnet. Als solche wurde für die Schnittlinie der vorderen Fläche mit der Horizontalebene die Hyperbel, für die hintere die Parabel gefunden.

Es dürfte wohl einleuchtend sein, dass die nach dieser Verfahrungsweise erhaltenen Resultate keinen quantitativen Wert haben können; da wohl aber die wirklichen Werte wenigstens für die Normalen nach derselben Richtung hin variieren dürften, wie die hier gefundenen fehlerhaften, scheint es, als ob man ihnen vielleicht einen gewissen qualitativen Wert beimessen könnte und daher möglicherweise diese Resultate als eine, wenn auch sehr schwache, Stütze für die Annahme einer Abplattung dieser beiden Flächen nach der Peripherie zu ansehen könnte. Dagegen erlauben sie keine Schlüsse betreffs der Art dieser Krümmungsvariation.

Es wäre wohl ohne Zweifel möglich nach dem Princip der Methode von TSCHERNING und BESIO eine Untersuchung über die Form der Linsenflächen auszuführen, unter der Bedingung jedoch, dass die richtigen Formeln abgeleitet und angewendet würden. Indessen hätte eine solche Vorgangsweise einen entschiedenen Nachteil in dem Umstande, dass hier bei der Bestimmung der Durchstossungspunkte der zu verfolgenden Strahlen an der vorderen Hornhautfläche nicht die Koordinaten derselben, sondern ihre Normalenwinkel bestimmt werden. Nun verhält es sich aber so, dass die ersteren bei der experimentellen Ausführung der Untersuchung weit genauer festgestellt werden können als die letzteren. Da bei den in dem vorliegenden Falle vorkommenden kleinen Winkelgrössen auch ein kleiner Fehler einen recht beträchtlichen Einfluss auf die Resultate ausüben kann, schien es kaum angezeigt, eine derartige Methode für die hier vorliegende Untersuchung zu wählen. Da weiter die hier in Frage kommenden Flächen nicht als centrierte sphärische Flächen angesehen werden konnten, war auch die »Bildgrössenmethode» der Ophthalmometrie hier nicht anwendbar. Die einzige Vorgangsweise, die hier in Frage kommen konnte, war wohl die Methode der trigonometrischen Verfolgung der Strahlen durch das optische System. Mittels dieser kann man die Bestimmungsstücke mehrerer Punkte an den Linsenflächen ermitteln und daraus dann mittels der oben angegebenen Formeln auf die übrigen Eigenschaften derselben schliessen. Die Methode erlaubt eine direkte Messung der $y$-Koordinaten der Durchstossungspunkte an der vorderen Hornhautfläche und ergibt daher eine grössere Genauigkeit bei der Feststellung der Bestimmungsstücke als diejenige von BESIO, und die praktische Ausführung der Messungen nach derselben ergibt keine Schwierigkeiten, wenn sie auch einwenig zeitraubend ist. In Anbetracht dieser Umstände schien es daher angezeigt, diese Vorgangsweise für die vorliegende Untersuchung zu wählen.

Die erste Aufgabe bei der Untersuchung wird daher diejenige sein, die Formeln für eine trigonometrische Verfolgung eines Strahles durch das optische System des Auges zu finden.

Dies geschieht in folgender Weise: Es stellt Fig. 1 den Querschnitt des optischen Systemes des Auges in der Symmetrieebene dar. Es ist $C$ die Schnittlinie der vorderen Horn-

hautfläche, $L$ diejenige der vorderen Linsenfläche, und es ist weiter $AO_1O_2$ die den beiden Flächen gemeinschaftliche Normale, die zur Achse des Systemes mit dem Achsenpunkte von $C$ als Ursprung gewählt wird. Man hat nun den in derselben Ebene verlaufenden Strahl $DM_1M_2M_3F$ durch das System zu verfolgen, welcher mit der Neigung $u_1$ zur Achse auf die Fläche $C$ in $M_1$ einfällt, wo er unter dem Einfallswinkel $i_1$ und dem Brechungswinkel $i'_1$ gebrochen wird. (Hier und im Folgenden wird ein für alle Mal angenommen, dass ein Strahl im Punkte $M_n$, dessen Bestimmungsstücke $x_n y_n \varphi_n$ sind, die Neigung $u_n$, den Einfallswinkel $i_n$ und den Brechungs-

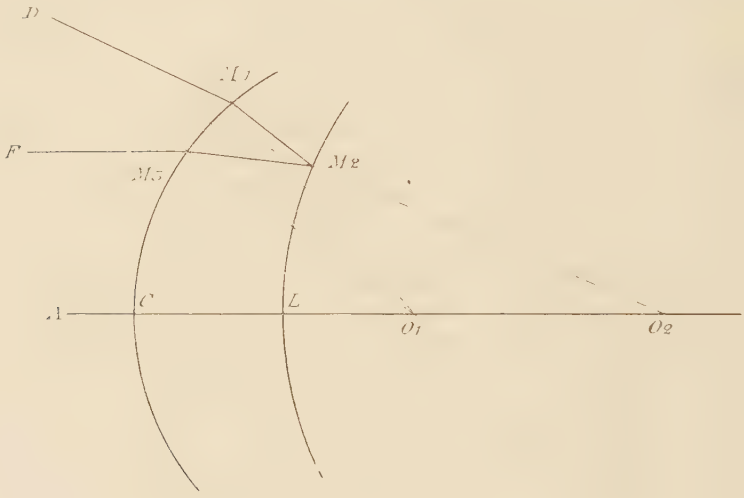


Fig. 1.

winkel $i'_n$ hat.) Nach der Brechung in $M_1$ fällt er auf die Fläche $L$, die er im Punkte $M_2$ trifft, und von der er wieder reflektiert wird. Der Strahl trifft somit noch einmal auf die Fläche $C$, diesmal im Punkte $M_3$, und gelangt hier ins erste Medium zurück. Es ist nun die Aufgabe, die Bestimmungsstücke vom Punkte $M_2(x_2 y_2 \varphi_2)$ zu bestimmen, unter der Voraussetzung, dass die Bestimmungsstücke der Punkte $M_1(x_1 y_1 \varphi_1)$ und $M_3(x_3 y_3 \varphi_3)$ die Winkel $i_1$ und $i'_3$ und die Brechungsindices der bezüglichen Medien bekannt sind. Aus praktischen Gründen, die unten näher dargelegt werden sollen, sei der betreffende Strahl so gewählt, dass er, wenn er nach der Reflexion

ins erste Medium zurückgelangt, der Achse parallel verläuft; es ist dann $i'_3 = \varphi_3$.

Diese Bestimmung kann auf verschiedene Weisen geschehen. Einerseits könnte man die Bestimmungsstücke mit Hilfe des Dreiecks $M_1 M_2 M_3$ berechnen, in dem man ja aus den Voraussetzungen die Seite $M_1 M_3$ und sämtliche Winkel kennt. Dies würde aber eine Überbestimmung der gesuchten Grössen ergeben, indem dieselben ausserdem mit den Bestimmungsstücken nebenliegender Punkte desselben Flächenschnittes durch die oben angegebene Beziehung (1) gebunden sind. Dieser Nachteil könnte wohl durch ein Ausgleichungsverfahren vermieden werden, oder dadurch, dass man sich dazu entschliessen würde, diejenigen Bestimmungsstücke aus dem genannten Dreieck zu berechnen, die hierdurch am genauesten bestimmt werden um dann die anderen aus der Beziehung (1) zu finden. Indessen kann noch ein zweiter Einwand gegen dieses Verfahren erhoben werden, dass nämlich, wie aus dem Folgenden hervorgeht, der Punkt $M_1$ bei der praktischen Ausführung der Messungen nicht mit derselben Genauigkeit wie der Punkt $M_3$ bestimmt werden kann, da ja der letztere direkt durch ophthalmometrische Messung seiner $y$-Koordinate, der erstere durch die weniger genaue Methode der Ermittelung seines Normalenwinkels bestimmt wird. Es ist daher wünschenswert dass die Bestimmungsstücke des Punktes $M_1$ möglichst wenig Einfluss auf das Resultat erhalten. Dies kann nun dadurch erzielt werden, dass man den Punkt $M_2$ als den Schnittpunkt zwischen Strahl und Schnittlinie behandelt, wobei letztere als aus Zirkelelementen bestehend betrachtet wird und wobei durch Elimination zwischen den Gleichungen dieser Zirkelbogenstücke und der Gleichung des Strahles die Bestimmungsstücke des Schnittpunktes berechnet werden können. Hierbei hat man die Wahl zwischen zwei Strahlengleichungen, der des einfallenden und der des reflektierten Strahles, von denen diejenige des reflektierten gewählt wird, da ja wie gesagt die Bestimmungsstücke des Durchstossungspunktes desselben, $M_3$, sicherer als diejenigen des Durchstossungspunktes des einfallenden Strahles, $M_1$, bestimmt werden können. Wie ersichtlich, erhält man also für den reflektierten Strahl, der durch den Punkt $M_3$ $(x_3 y_3)$ geht und dessen Neigung $u_3$ ist, die Gleichung

$$y_2 = -x_2 \, tg \, u_3 + y_3 + x_3 tg \, u_3$$

Betrachtet man nun weiter das Element der Schnittlinie L, das von dem Strahl getroffen wird, als ein Zirkelbogenstück, dessen einer Endpunkt $M_2$ mit dem Schnittpunkt mit dem Strahl zusammenfällt, dessen anderer Endpunkt der Punkt $M'_2(x'_2y'_2)$ ist und das den Radius $\varrho_2$ hat, so besteht zwischen den Bestimmungsstücken dieser beiden Endpunkte $M_2$ und $M'_2$ die oben angeführte Beziehung (1) und die gesuchten Grössen können daher aus dem Gleichungssysteme

$$\left.\begin{aligned} y_2 &= -x_2\, tg\, u_3 + y_3 + x_3\, tg\, u_3 \\ y_2 - y'_2 &= \varrho_2 (\sin\varphi_2 - \sin\varphi'_2) \\ x_2 - x'_2 &= \varrho_2 (\cos\varphi'_2 - \cos\varphi_2) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

gefunden werden.

Die Lösung dieses Systemes setzt voraus, dass die Bestimmungsstücke des Punktes $M'_2$ $(x'_2y'_2\varphi'_2)$ bekannt sind, das heisst, dass man bei der Ausführung der Untersuchung die Bestimmungstücke von einem Punkte an der zu untersuchenden Fläche in irgend einer anderen Weise ermitteln kann. Dies ist aber auch in diesem Falle möglich; für den ophthalmometrischen Achsenpunkte der vorderen Linsenfläche kennt man aus seiner Definition die Bestimmungsstücke $y$ und $\varphi$, die beide gleich null sind, und $x$, das ja dem Ort der Fläche gleich ist, kann leicht durch andere Methoden bestimmt werden. Wird also zuerst dieser $x$-Wert ermittelt, so kann das obige Gleichungssystem leicht gelöst und die Bestimmungsstücke von $M_2$ gefunden werden.

In analoger Weise werden die Formeln für die Verfolgung eines Strahles, der auch die vordere Linsenfläche durchstösst, und erst an der hinteren Linsenfläche reflektiert wird, abgeleitet. Es stellt Fig. 2 wieder einen Querschnitt des optischen Systemes des Auges vor, wo die Kurven $C$, $L_1$ und $L_2$ die Schnittlinien der drei Flächen sind. Als Achse wird hier diejenige Hornhautnormale gewählt, die scheinbar mit einer Normalen zur hinteren Linsenfläche zusammenfällt. Es ist $DM_1M_2M_3M_4M_5F$ ein Strahl, der wie früher so gewählt ist, dass er bei der Rückkehr ins erste Medium zur Achse parallel läuft. Dieser Strahl fällt unter der Neigung $u_1$ zur Achse auf die erste Fläche im Punkte $M_1$, wo er unter dem Einfallswinkel $i_1$ und dem Reflexionswinkel $i'_1$ die erste Fläche durchstösst. Derselbe durchbricht dann die zweite Fläche in $M_2$ und wird in $M_3$ an der hinteren Linsenfläche reflektiert, trifft auf dem Rückgang die vordere

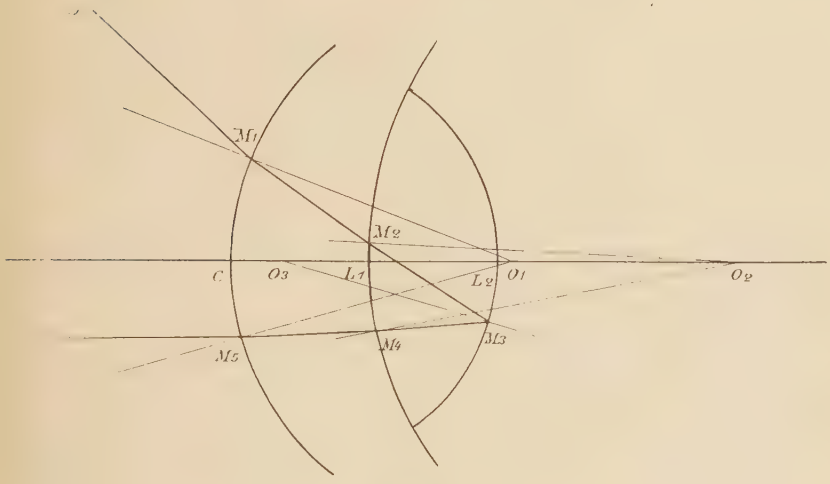


Fig. 2.

Linsenfläche im Punkte $M_4$ wieder und geht weiter zur vorderen Hornhautfläche, die er im Punkte $M_5$ wieder durchstösst, wonach er ins erste Medium zurückgelangt ist. Kennt man nun die Bestimmungsstücke von $M_2$ und $M_4$, die Winkel $i_2$ und $i'_4$ und die Brechungsindices, so kann man die Bestimmungsstücke des Punktes $M_3$, wie leicht ersichtlich, durch Elimination zwischen der Gleichung des Strahles durch $M_4$ und der Gleichung der Schnittlinie $L_2$ ermitteln. Indessen kennt man vorläufig die Punkte $M_2$ und $M_4$ nicht, wohl aber kann man durch Messungen die Bestimmungsstücke von $M_1$ und $M_5$ und die betreffenden Winkel in diesen Punkten finden. Aus diesen Grössen sind dann die Punkte $M_2$ und $M_4$ durch Elimination zwischen den Gleichungen des einfallenden und des reflektierten Strahles einerseits und der Gleichung der Schnittlinie $L_1$ andererseits zu ermitteln. Da für die letztere die Gleichung nicht bekannt ist, wohl aber die Bestimmungsstücke einer Anzahl Punkte an derselben, muss der Schnittpunkt durch eine Interpolation gefunden werden. Bei dieser Interpolation wird der zwischen zwei bekannten Punkten belegene Teil der Schnittlinie als ein Zirkelbogenstück betrachtet.

Sind nun die Bestimmungsstücke der Punkte $M_2M_4$ gefunden, so schreitet man zur Aufsuchung der Bestimmungs-

stücke des Punktes $M_3$. Da dieser Punkt einerseits auf dem Strahle durch $M_4$, andererseits auf der Kurve $L_2$ liegt, erhält man, dem Verfahren an der vorderen Linsenfläche analog, seine Koordinaten aus dem Gleichungssysteme

$$\left.\begin{array}{r} y_3 = -x_3\, tg\, u_4 + y_4 + x_4\, tg\, u_4 \\ y_3 - y'_3 = \rho_3 (\sin \varphi_3 - \sin \varphi'_3) \\ x_3 - x'_3 = -\rho_3 (\cos \varphi'_3 - \cos \varphi_3) \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

wo die erste Gleichung den durch den Punkt $M_4$ gehenden reflektierten Strahl bezeichnet, die beiden letzten eine Beziehung zwischen den Bestimmungsstücken der beiden Endpunkte des Zirkelbogenelementes $M_3 M'_3$ enthalten.

Die in den obigen beiden Gleichungssystemen als bekannt angenommenen Grössen müssen nun durch Messungen an den bezüglichen Augen für eine Anzahl von Strahlen festgestellt werden, wobei man die Bestimmungsstücke der beiden Durchstossungspunkte an der ersten Fläche und die Grösse der Winkel des Strahles mit der Hauptnormale in diesen Punkten zu bestimmen hat; ausserdem muss man auch die Lage der Achsen und den Ort der beiden Linsenflächen in diesen Augen feststellen. Die Feststellung der Achsen geschieht nach der oben erwähnten Methode von Tscherning, der Ort der Flächen wird in beiden Fällen nach der von Helmholtz für die Bestimmung des Ortes der hinteren Fläche vorgeschlagenen Methode bestimmt. Die zu verfolgenden Lichtstrahlen werden dann erzeugt; durch Messung des Abstandes von dem Achsenpunkte zum katadioptrischen Bilde der Lichtquelle an der zu untersuchenden Fläche lassen sich die Bestimmungsstücke des zweiten Durchstossungspunktes an der Hornhautfläche ermitteln. Um die Bestimmungsstücke des ersten Durchstossungspunktes an derselben zu finden, hat man zuerst die Neigung des einfallenden Strahles zur Achse, durch Bestimmung des Winkelabstandes der Lichtquelle von der betreffenden Ophthalmometerachse, zu ermitteln; um dann den Normalenwinkel zu finden verfährt man nach Helmholtz in der Weise, dass man Lichtquelle und Beobachtungsfernrohr ihre Plätze tauschen lässt, wobei doch die Lichtquelle um den eben gemessenen Betrag der $y$-Koordinate des zweiten Durchstossungspunktes nach der betreffenden Seite von der Achse weg verschoben werden muss. Der Strahl durchläuft nun gerade den umgekehrten Weg wie früher. Es wird nun das Bild des

Lichtpunktes mit dem Fernrohre aus der neuen Stellung desselben wieder beobachtet und dabei in der Symmetrieebene eine kleine Hilfslichtquelle derart aufgestellt, dass dessen Hornhautbild gerade mit dem Bild des Lichtpunktes an der vorderen Linsenfläche zusammenfällt. Aus dem Winkelabstand dieser Hilfslichtquelle von der Opthalmometerachse, und dem Winkelabstand des Fernrohres erhält man dann sowohl den Öffnungswinkel der Normale — den $\varphi$-Winkel — im ersten Durchstossungspunkte, der gleich der Hälfte der Summe dieser Winkelabstände ist, wie auch den Einfallswinkel, der gleich der Hälfte von deren Differenz ist. Aus diesen Messungen erhält man also die zur Lösung der gegebenen Gleichungssysteme und zur Berechnung der gesuchten Schnittlinie erforderlichen Grössen.

Die Versuchsanordnung, die bei der praktischen Ausführung der vorliegenden Messungen an den Linsenflächen erforderlich ist, und hier gebraucht wurde, entspricht in mehreren Beziehungen der für die Messungen an der vorderen Hornhautfläche angewandten. Auf die Zusammenstellung irgend eines dem Ophthalmophakometer von Tscherning ähnlichen Instrumentes wurde verzichtet, in Anbebracht des Umstandes, dass die anzuwendenden ophthalmometrischen Nernstlampen auf Grund ihrer Schwere und der beträchtlichen von ihnen gelieferten Hitze eine handliche Zusammenstellung dieser Art kaum erlaubten. Es wurde wie früher vor der genannten ophthalmometrischen Bank der Tisch für die Kopfstütze aufgestellt, diesmal jedoch in kleinerer Entfernung, da die Bilder an den Linsenflächen in Anbetracht ihrer geringeren Lichtstärke einen kürzeren Arbeitsabstand erforderten; auf der Bank wurden wie früher die Lichtquellen und der Ophthalmometer aufgestellt.

Für die Messungen an der *vorderen* Linsenfläche wurde dabei eine gerade Skala wie vorher angebracht und als Kopfstütze das vorher erwähnte durchlöcherte Brett gebraucht. Dieselbe erhielt wie früher die erforderliche Neigung, so dass die Messungen immer in der Symmetrieebene des optischen Systemes des Auges geschahen. Die Skala wurde derart aufgestellt, dass der 0-Punkt derselben 60—80 cm je nach der Beschaffenheit des zu messenden Bildes, vor dem Drehpunkte des eingestellten Auges zu liegen kam. Im übrigen waren die Anordnungen denjenigen bei den Hornhautmessungen gleich. Die Untersuchung fing mit der Feststellung der Achsen, der ge-

meinschaftlichen Normale zur vorderen Hornhaut- und zur vorderen Linsenfläche, und zur ersten Fläche und der scheinbaren hinteren Linsenfläche an. Dabei hatte man die Winkel zwischen diesen Achsen und der Projektion der Visierlinie auf die Symetrieebene, welche nach TSCHERNING $\alpha$ anterior und posterior genannt seien, zu bestimmen. Zu diesem Zwecke wurde hinter dem 0-Punkt der Skala ein Fernrohr in der Höhe der Pupillenmitte des beobachteten Auges aufgestellt und auf dasselbe gerichtet. Dicht oberhalb und unterhalb des Fernrohres wurde je eine Lichtquelle, eine der ophthalmometrischen NERNST-lampen, aufgestellt, so dass die beiden Spalte auf eine vertikale Linie durch die Mitte des Fernrohrobjectivs zu liegen kamen. Die Bilder an den beiden Flächen wurden dann durch das Fernrohr beobachtet. Zur Seite des Fernrohres wurde nun ein Augenmerk so aufgestellt, dass sie im Winkelabstande $\beta$ von der Horizontalebene durch die Fernrohrachse zu stehen kam. Das Augenmerk wurde nun längs der Skala und dicht hinter derselben verschoben, bis die beiden Bildpaare der bezüglichen Flächen in einer Linie zu liegen kamen; diese Linie schneidet dann die Symmetrieebene in dem gesuchten Achsenpunkte und die Winkelabstände des Augenmerks vom 0-Punkt ergeben die Winkel $\alpha$ anterior und posterior.

Die Bestimmung des Ortes der Linsenflächen wurde wie gesagt nach der von HELMHOLTZ für die Bestimmung des Ortes der hinteren Linsenfläche angegebenen Methode ausgeführt. Für jede Fläche wurde dieselbe bei einem Einfallswinkel von 20° gemacht und 10 Bestimmungen vorgenommen. Zum Vergleich und zur Kontrolle wurden ausserdem Bestimmungen bei 15° und 30° vorgenommen. Da die Feststellung des Gewichtes der bei den verschiedenen Einfallswinkeln gemachten Bestimmungen ziemlich weitläufig ausfallen, würde, da ja bei den grösseren Einfallswinkeln die Winkelmaasse, bei den kleineren die Längenmaasse genauer ausfallen, wurde als definitiver Wert nur die Mittelzahl der bei 20° gemachten Messungen genommen.

Zur Verfolgung der Strahlen wurde nun unter Einhalten der nötigen Vorsichtsmaassregeln der Ophthalmometer im 0-Punkte der Skala aufgestellt; neben demselben wurde dann das Augenmerk mit Berücksichtigung der Winkel $\alpha$ anterior oder posterior und $\beta$ so aufgestellt, dass die Achse für die Messung

mit der Ophthalmometerachse zusammenfiel, oder wenigstens mit ihr parallel zu liegen kam. Um den Achsenpunkt des zu untersuchenden Systems zu markieren, wurde dann auf der Ophthalmometerachse ein Lichtpunkt erzeugt. Dies geschah in der Weise dass eine ophthalmometrische Lampe dicht vor seinem Spalte mit einem kleinen, belegten Prisma versehen wurde, welches die Richtung des ausströmenden Lichtes um 90° ablenkte; ohne das Beobachten durch das Fernrohr zu behindern, konnte nun die Lampe vor dem Objectiv des Ophthalmometers so aufgestellt werden, dass ein leuchtender Punkt auf der Achse erzeugt wurde. Die von diesem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen wurden dabei im ophthalmometrischen Achsenpunkte der zu messenden Flächen in derselben Richtung zurück reflektiert, und der Punkt beim Beobachten durch das Fernrohr in dieser Weise ausgezeichnet.

In der Höhe der Symmetrieebene wurde nun zur Seite des Ophthalmometers die zur Erzeugung der zu verfolgenden Strahlen dienende Lichtquelle, eine andere ophthalmometrische Nernstlampe, so aufgestellt, dass ihr Licht auf das Auge fiel. Mit dem Ophthalmometer wurde nun der Abstand vom ophthalmometrischen Achsenpunkte des scheinbaren Bildes dieser zweiten Lichtquelle an der bezüglichen Linsenfläche gemessen; da aber letzteres Bild meistens zu schwach war um eine direkte Kollimation zu erlauben, wurde eine kleine Hilfslichtquelle in derselben Höhe aufgestellt, so dass ihr Hornhautbild mit dem zu kollimierenden Linsenbilde zusammenfiel, wonach dieses Hornhautbild mit dem oben erwähnten Hornhautbilde im ophthalmometrischen Achsenpunkte kollimiert wurde. Der Winkelabstand der Hilfslichtquelle von der Achse wurde bestimmt, indem die Versuchsperson aufgefordert wurde in die Lichtquelle hineinzublicken, wobei ein kleiner von der Skala senkrecht herabhängender Schirm vor die Lichtquelle geschoben wurde, bis das dicht oberhalb der Lichtquelle gestellte Auge des Beobachters nur eben das Bild derselben in der Pupillenmitte noch wahrnehmen konnte, wonach die Entfernung des Schirmrandes vom 0 Punkt der Skala an der letzteren abgelesen wurde. Die richtige Stellung des Schirmes bei dieser Ablesung konnte ausserdem auch von der Versuchsperson kontrolliert werden, indem diese dabei gerade die Hälfte des Spaltes sehen konnte. Danach liess man Lampe und Ophthalmometer, wie gesagt, die Plätze tauschen.

Das Ophthalmometerfernrohr, dem die Platten fortgenommen waren, wurde an der Stelle aufgestellt, wo eben die Lampe stand, indem es über die Kante des genannten Schirmes auf die Pupillenmitte des beobachteten Auges eingestellt wurde. Die Lampe wurde ihrerseits an der ehemaligen Stelle des Ophthalmometers aufgestellt, doch wurde sie aus den oben angegebenen Gründen um den Betrag der Grösse des eben gemessenen Abstandes des Linsenbildes von der Achse nach der bezüglichen Seite verschoben. Das Bild der Lampe an der vorderen Linsenfläche wurde nun durch das Fernrohr beobachtet, und das Hilfslicht so aufgestellt, dass das Hornhautbild desselben das erstgenannte Bild deckte. Mit Hilfe des Schirmes wurde schliesslich in analoger Weise wie oben der Winkelabstand dieses Hilfslichtes von der Achse, der Winkel $w$, bestimmt.

In dieser Weise wurden nun eine Anzahl Strahlen zur vorderen Linsenfläche hin und zurück verfolgt. Da die Hornhautbilder der die Strahlen erzeugenden Lichtquelle sehr lichtstark waren, war es nicht möglich die innerhalb eines Gebietes von 1 mm, von dem Achsenpunkte aus gerechnet, verlaufenden Strahlen zu verfolgen; gegen die Peripherie zu wurden die Bilder an der vorderen Linsenfläche ziemlich diffus, doch konnte man sie bis zum Pupillarrande, wenn auch mit einer gewissen Schwierigkeit, verfolgen. Die Pupille des beobachteten Auges wurde, um eine möglichst weite Ausdehnung des untersuchten Gebietes zu erlauben, mit Cocaïn und mit Homatropin dilatiert.

Für die Messungen an der *hinteren* Linsenfläche war die Versuchsanordnung in der Hauptsache dieselbe, da aber hier grössere Einfallswinkel vorkamen, musste für diese, wie bei den Hornhautmessungen nach der Methode II, nebst der Skala eine zweite, winkelrecht zu ihr gestellte, und als Kopfstütze statt des durchlöcherten Brettes ein einfacher Rahmen für den Kopf angewandt werden. Da die Bilder hier weit lichtstärker sind als an der vorderen Fläche, so konnten sie hier direkt kollimiert werden und keine Hilfslichtquelle war erforderlich. Als ophthalmometrischer Achsenpunkt wurde diesmal die scheinbare gemeinschaftliche Normale zur Hornhautfläche und zur hinteren Linsenfläche benutzt, und diese wurde hier in analoger Weise wie für die vordere Linsenfläche bestimmt, wie auch im übrigen die Messungen an der hinteren Fläche

in ganz derselben Weise wie an der vorderen ausgeführt wurden.

Die Messungen an der vorderen Linsenfläche ergaben nun die Werte der Grössen $u_1$, $i_1$ und $y_3$ der Formel (3). Aus der bezüglichen Tabelle über die Bestimmungsstücke der Punkte an der vorderen Hornhautfläche wurden dann die übrigen Bestimmungsstücke des Punktes $M_3$ $(x_3\varphi_3)$ entnommen. Da weiter der Brechungsindex des Hornhautsystems bekannt war, konnten die Winkel $i'_1$ und $i_3$ leicht berechnet werden. Die Neigungen des Strahles nach der Brechung in $M_1$ und vor der Brechung in $M_3$, $u_2u_3$, wurden dann aus der generellen Formel

$$u + i = u' + i' = \varphi$$

berechnet. Mit Hilfe derselben Gleichung wurde dann auch $\varphi_2$ bestimmt und damit waren die zur Lösung des Gleichungssystems erforderlichen Grössen sämtlich gegeben.

Bei der Untersuchung der hinteren Fläche wurden $u_1$, $i_1$ und $y_3$ durch Messungen bestimmt und aus der bezüglichen Tabelle dann die Bestimmungsstücke von $M_1$ und $M_3$ gefunden. Es wurden dann die Winkel $i'_1$, $i_3$, $u_2$, $u_3$ berechnet, wonach die Gleichungen der durch $M_2$ und $M_3$ gehenden Strahlenstücke aufgestellt werden konnten. Durch eine Interpolation wurden somit die Bestimmungsstücke der Schnittpunkte derselben mit der vorderen Linsenfläche, $M_2$ und $M_4$, berechnet. Nachdem diese einmal bekannt waren, konnte man die Winkel $i_2$ und $i'_2$ (unter Annahme eines Totalindex der Linse von 1,4085) $i'_4$ und $i_4$ und weiter $u_3$ und $u_4$ berechnen, wonach schliesslich $\varphi_3$ berechnet werden konnte. Damit waren die zur Lösung des Gleichungssystems (4) erforderlichen Bekannten sämtlich gegeben.

Die Messungen ergaben nun folgende Resultate an den drei untersuchten Augen.

Die Bestimmung der Achsen der vorderen und hinteren Linsenfläche gab für $\alpha$ anterior und posterior die in der Tab. IV gegebenen Werte.

*Tab. IV.*

| | I | II | III |
|---|---|---|---|
| $\alpha$ anterior . . . . . | 5°30′ | 5°30′ | 3°40′ |
| $\alpha$ posterior . . . . . | 6° 0′ | 6°30′ | 2°20′ |

Da die Beurteilung der Stellung der Bildpaare in einer Linie in Anbetracht der Grösse derselben nicht so sehr genau geschehen kann, darf keine sehr grosse Genauigkeit bei dieser Bestimmung erwartet werden. Es dürfte die hier ermittelte Genauigkeit auf 10′ geschätzt werden. Ein Fehler von dieser Grösse bei dieser Bestimmung wird einen gewissen Einfluss auf die Werte für den Radius der beiden der Achse nächstliegenden Elemente haben, indem derselbe einen bedeutenden Unterschied zwischen ihnen bewirken kann. Für die weiter nach der Peripherie zu liegenden, wird ein Fehler hier weniger Bedeutung haben.

Die Bestimmung des Ortes der Flächen längs den bezüglichen Achsen ergab die in der Tab. V gegebenen Werte in Millimetern ausgedrückt.

*Tab. V.*

| | I. | | | II. | | | III | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Einfallswinkel . . | 15° | 20° | 30° | 15° | 20° | 30° | 15° | 20° | 30° |
| Vordere Fläche . . | 3,3 | 3,2 | 3,2 | 4,2 | 4,1 | 3,9 | 3,9 | 3,9 | 3,8 |
| Hintere Fläche . . | 7,1 | 6,9 | 7,2 | 6,9 | 7,3 | 7,0 | 7,3 | 7,5 | 7,7 |

Wie aus den oben angegebenen Werten hervorgeht, dürfte die Bestimmung des Ortes der bezüglichen Flächen als ziemlich befriedigend angesehen werden können. Da durch diese Bestimmung sozusagen der Abstand der gesuchten Kurve von ihrer Evolute festgestellt wird, so ist es einleuchtend, dass ein Fehler, der die gesuchte Grösse zu gross macht, allgemein zu kleine Werte für die gesuchten Radien ergeben wird und umgekehrt.

In den Tabellen VI—X werden dann die Resultate der Messungen an der vorderen Linsenfläche der drei Augen gegeben und in XI—XV für die an der hinteren. Für ein Meridian des Auges I werden sämtliche Bestimmungsstücke der verfolgten Strahlen gegeben, für die übrigen gemessenen Meridiane nur die Bestimmungsstücke der gesuchten Punkte. Die Brechkraftwerte für beide Flächen in den Meridianen 15° und 105° des Auges I sind in dioptrischen Diagrammen, Fig 3—6, dargestellt.

*Tab. VI.*

**Auge I. Vordere Linsenfläche. Meridian 15°.**

| Bestimmungsstücke der verfolgten Strahlen. | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $u_1$ | $w_1$ | $i_1$ | $i_1'$ | $u_2$ | $y_3$ | $x_3$ | $\varphi_3 = i_3'$ | $i_3$ | $u_3$ |
| Nasal. | | | | | | | | | |
| 22° 0′ | 52°26′ | 15°13′ | 11°20′ | 25°53′ | 4,041 mm. | 1,133 mm. | 31°26′ | 25° 0′ | 8°26′ |
| 20° 0′ | 47°18′ | 13°39′ | 10°10′ | 23°29′ | 3,561 » | 0,863 » | 27°38′ | 20°19′ | 7°19′ |
| 16°52′ | 38° 6′ | 10°37′ | 7°56′ | 19°33′ | 2,855 » | 0,556 » | 22° 6′ | 16°22′ | 5°44′ |
| 13°43′ | 33°50′ | 10° 4′ | 7°31′ | 16°16′ | 2,332 » | 0,406 » | 18° 3′ | 13°25′ | 4°38′ |
| 10°27′ | 26°58′ | 8°16′ | 6°11′ | 12°31′ | 1,776 » | 0,216 » | 13°46′ | 10°16′ | 3°30′ |
| 7° 3′ | 21°13′ | 7° 5′ | 5°18′ | 8°50′ | 1,251 » | 0,110 » | 9°40′ | 7°13′ | 2°27′ |
| 10°13′ | 13° 0′ | 1°24′ | 1° 3′ | 10°34′ | 1,198 » | 0,099 » | 9°10′ | 6°51′ | 2°19′ |
| 13°30′ | 21°52′ | 4°11′ | 3° 9′ | 14°32′ | 1,726 » | 0,205 » | 13°15′ | 9°53′ | 3°22′ |
| 16°42′ | 27°58′ | 5°38′ | 4°14′ | 18°16′ | 2,166 » | 0,317 » | 16°39′ | 12°23′ | 4°16′ |
| 19°48′ | 33°48′ | 7° 0′ | 5°14′ | 21°33′ | 2,626 » | 0,468 » | 20°16′ | 15° 2′ | 5°14′ |
| 22°47′ | 39°46′ | 8°29′ | 6°21′ | 24°54′ | 3,192 » | 0,702 » | 24°41′ | 18° 3′ | 6°28′ |
| 24°42′ | 46°36′ | 10°57′ | 8°10′ | 27°29′ | 3,832 » | 1,009 » | 29°47′ | 21°50′ | 7°57′ |
| Temporal. | | | | | | | | | |

*Tab. VII.*

**Auge I. Vordere Linsenfläche. Meridian 105°.**

| Bestimmungsstücke der gemessenen Punkte. | | | Variation der Krümmung. | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_2$ | $x_2$ | $\varphi_2$ | Winkel der Normale im Zentrum des Elementes. | Radius. | Brechkraft. |
| Oben. | | | | | |
| 3,491 mm. | 3,750 mm. | 16°51′ | 15°24′ | 16,39 mm. | 3,2 D. |
| 2,682 » | 3,537 » | 13°57′ | 11°50′ | 11,00 » | 4,9 » |
| 1,885 » | 3,361 » | 9°42′ | 8°32′ | 12,02 » | 4,5 » |
| 1,397 » | 3,289 » | 7°21′ | 6°14′ | 11,86 » | 4,6 » |
| 0,934 » | 3,242 » | 5° 6′ | 2°33′ | 10,50 » | 5,2 » |
| 1,114 » | 3,267 » | 6°36′ | 3°18′ | 9,70 » | 5,6 » |
| 1,513 » | 3,317 » | 8°54′ | 7°45′ | 10,02 » | 5,4 » |
| 2,241 » | 3,449 » | 12°44′ | 10°48′ | 11,09 » | 4,9 » |
| 2,981 » | 3,620 » | 15°29′ | 14°15′ | 15,89 » | 3,4 » |
| Unten. | | | | | |

*Tab. VIII.*

**Auge I. Vordere Linsenfläche. Meridian 15°.**

| Bestimmungsstücke die gemessenen Punkte. | | | | | | Variation der Krümmung. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| In Bezug auf die Achse | | | | | | Winkel im Zentrum des gemessenen Elementes. | Radius. | Brechkraft. |
| der vorderen Linsenfläche. | | | der hinteren Linsenfläche | | | | | |
| $y_2$ | $x_2$ | $\varphi_2$ | $y_2$ | $x_2$ | $\varphi_2$ | | | |
| Nasal. | | | | | | | | |
| — | — | — | 3,729 mm. | 3,787 mm. | 17°20′ | — | — | — |
| 3,652 mm. | 3,792 mm. | 17°10′ | 3,272 » | 3,649 » | 15°34′ | 16°17′ | 15,42 mm. | 3,5 D. |
| 3,194 » | 3,654 » | 15°24′ | 2,612 » | 3,496 » | 13°48′ | 14° 1′ | 14,00 » | 3,9 » |
| 2,254 » | 3,486 » | 12°38′ | 2,152 » | 3,397 » | 10°37′ | 11°34′ | 12,36 » | 4,4 » |
| 2,087 » | 3,399 » | 10°27′ | 1,653 » | 3,315 » | 8°10′ | 9°15′ | 11,80 » | 4,6 » |
| 1,589 » | 3,316 » | 8° 0′ | 1,157 » | 3,257 » | 5°49′ | 6°50′ | 11,55 » | 4,7 » |
| 1,117 » | 3,257 » | 5°39′ | 0,034 » | 3,200 » | 0°10′ | 2°50′ | 11,35 » | 4,8 » |
| 1,071 » | 3,257 » | 6°27′ | 1,044 » | 3,257 » | 6°17′ | 3°14′ | 9,54 » | 5,7 » |
| 1,543 » | 3,322 » | 8°57′ | 1,491 » | 3,322 » | 8°47′ | 7°44′ | 10,89 » | 5,0 » |
| 1,909 » | 3,387 » | 11°16′ | 1,898 » | 3,382 » | 11° 6′ | 10° 8′ | 9,92 » | 5,4 » |
| 2,348 » | 3,484 » | 13°24′ | 2,330 » | 3,479 » | 13°14′ | 12°20′ | 12,09 » | 4,5 » |
| 2,866 » | 3,618 » | 15°41′ | 2,836 » | 3,613 » | 15°31′ | 14°33′ | 13,40 » | 4,1 » |
| 3,442 » | 3,787 » | 17°43′ | 3,430 » | 3,782 » | 17°33′ | 16°42′ | 16,92 » | 3,2 » |
| Temporal. | | | | | | | | |

In der obigen Tabelle sind die Bestimmungsstücke der gemessenen Punkte sowohl in Bezug auf der Achse der vorderen als der hinteren Linsenfläche ausgerechnet. Die Brechung welche ein Strahl längs der letzteren an der vorderen Linsenfläche erfährt dürfte vernachlässigt werden können. Die variation der Krümmung ist nur für die Achse der vorderen Fläche berechnet worden.

*Tab. IX.*

**Auge II. Vordere Linsenfläche. Meridian 35°.**

| Bestimmungsstücke der gemessenen Punkte. | | | Variation der Krümmung. | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_2$ | $x_2$ | $\varphi_2$ | Winkel der Normale im Zentrum des Elementes. | Radius. | Brechkraft. |
| Nasal. | | | | | |
| 3,437 mm. | 4,561 mm. | 14° 6′ | 12°40′ | 16,20 mm. | 3,4 D. |
| 2,658 » | 4,383 » | 11°14′ | 10° 5′ | 14,40 » | 3,8 » |
| 2,182 » | 4,268 » | 8°55′ | 6°54′ | 14,01 » | 3,8 » |
| 1,194 » | 4,156 » | 4°53′ | 2°57′ | 13,98 » | 3,9 » |
| 1,044 » | 4,147 » | 5° 4′ | 2°32′ | 11,80 » | 4,6 » |
| 1,999 » | 4,243 » | 9° 6′ | 7° 5′ | 13,77 » | 3,9 » |
| 2,449 » | 4,319 » | 10°45′ | 9°55′ | 15,63 » | 3,5 » |
| 3,506 » | 4,535 » | 14° 7′ | 12°26′ | 18,06 » | 3,0 » |
| Temporal. | | | | | |

*Tab. X.*

**Auge III. Vordere Linsenfläche Meridian 30°.**

| Bestimmungsstücke der gemessenen Punkte. | | | Variation der Krümmung. | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_2$ | $x_2$ | $\varphi_2$ | Winkel der Normale im Zentrum des Elementes. | Radius. | Brechkraft. |
| Nasal. | | | | | |
| 3,591 mm. | 4,449 mm. | 17° 6′ | 15°37′ | 13,42 mm. | 4,1 D. |
| 2,920 » | 4,248 » | 14° 8′ | 11°49′ | 12,62 » | 4,3 » |
| 1,922 » | 4,074 » | 9°30′ | 7°51′ | 11,80 » | 4,6 » |
| 1,247 » | 3,969 » | 6°11′ | 3°10′ | 11,62 » | 4,7 » |
| 1,155 » | 3,958 » | 5°42′ | 2°51′ | 11,65 » | 4,7 » |
| 1,567 » | 4,005 » | 7°45′ | 12°44′ | 11,71 » | 4,7 » |
| 2,112 » | 4,091 » | 10°17′ | 9° 1′ | 12,38 » | 4,4 » |
| 2,539 » | 4,182 » | 12°28′ | 11°23′ | 11,67 » | 4,7 » |
| Temporal. | | | | | |

*Tab. XI.*

**Auge I. Hintere Linsenfläche. Meridian 15°.**

Bestimmungsstücke der verfolgten Strahlen.

| $u_1$ | $w$ | $i_1$ | $i_1'$ | $y_1$ (mm.) | $x_1$ (mm.) | $\varphi_1$ | $u_2$ | $y_2$ (mm.) | $x_2$ (mm.) | $\varphi_2$ | $i_2$ | $i_2'$ | $u_3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nasal. | | | | | | | | | | | | | |
| 68°47′ | 1°43′ | 33°32′ | 21°26′ | 4,594 | 1,525 | 35°15′ | 59°44′ | 1,521 | 3,320 | 8°52′ | 50°49′ | 47°20′ | 56°19 |
| 57°17′ | 0°50′ | 28°13′ | 20°44′ | 3,737 | 0,984 | 29 4′ | 49°48′ | 1,052 | 3,254 | 6°14′ | 43°34′ | 40°50′ | 47° 4 |
| 35°45′ | −0°30′ | 18° 7′ | 13°28′ | 2,280 | 0,357 | 17°37′ | 31° 6′ | 0,622 | 3,229 | 3°42′ | 26°27′ | 25° 0′ | 29°51 |
| 25°37′ | −1°20′ | 13°29′ | 10° 3′ | 1,582 | 0,172 | 12° 8′ | 22°11′ | 0,273 | 3,216 | 1°37′ | 20°32′ | 19°26′ | 21° 3 |
| 13°30′ | −1°50′ | 7°40′ | 5°44′ | 0,761 | 0,036 | 5°50′ | 11°34′ | 0,123 | 3,206 | 0°44′ | 10°45′ | 10°11′ | 11° 0 |
| 13°30′ | 1° 9′ | 6°10′ | 4°37′ | 0,950 | 0,064 | 7°20′ | 11°57′ | 0,271 | 3,215 | 1°27′ | 10°30′ | 9°57′ | 11°24 |
| 25°37′ | 3°40′ | 10°59′ | 8°12′ | 1,896 | 0,251 | 14°39′ | 22°50′ | 0,628 | 3,236 | 3°14′ | 19°36′ | 18°37′ | 21°47 |
| 35°45′ | 4°35′ | 15°35′ | 11°36′ | 2,605 | 0,467 | 20°10′ | 31°47′ | 0,880 | 3,251 | 4°30′ | 27°17′ | 25°20′ | 29°50 |
| 57°17′ | 5°44′ | 25°47′ | 19° 0′ | 4,013 | 1,143 | 31°30′ | 50°30′ | 1,421 | 3,297 | 7°12′ | 43°18′ | 40°34′ | 47°46 |
| 67°37′ | 8°40′ | 29°28′ | 21°37′ | 4,832 | 1,685 | 38° 9′ | 59°55′ | 1,960 | 3,362 | 9°31′ | 50°24′ | 46°57′ | 56°28 |
| Temporal. | | | | | | | | | | | | | |

| $y_5$ (mm.) | $x_5$ (mm.) | $\varphi_5$ | $i_5$ | $u_5$ | $y_4$ (mm.) | $x_4$ (mm.) | $\varphi_4$ | $i_4'$ | $i_4$ | $u_4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nasal. | | | | | | | | | | |
| 3,627 | 0,935 | 28°45′ | 21° 6′ | 7°39′ | 3,262 | 3,670 | 15°27′ | 7°48′ | 7°24′ | 8° 3 |
| 3,112 | 0,646 | 24°18′ | 17°49′ | 6°19′ | 2,790 | 3,548 | 13°43′ | 7°24′ | 7° 1′ | 6°42 |
| 1,920 | 0,259 | 14°53′ | 11° 5′ | 3°48′ | 1,713 | 3,333 | 8°39′ | 4°51′ | 4°36′ | 4° 3 |
| 1,401 | 0,126 | 10°40′ | 7°58′ | 2°42′ | 1,253 | 3,277 | 6°23′ | 3°41′ | 3°29′ | 2°54 |
| 0,708 | 0,036 | 5°24′ | 4° 2′ | 1°22′ | 0,632 | 3,236 | 3°15′ | 1°53′ | 1°47′ | 1°28 |
| 0,629 | 0,027 | 4°40′ | 3°30′ | 1°10′ | 0,563 | 3,227 | 3°21′ | 2°11′ | 2° 4′ | 1°17 |
| 1,276 | 0,110 | 9°48′ | 7°19′ | 2°29′ | 1,141 | 3,266 | 6°44′ | 4°15′ | 4° 2′ | 2°42 |
| 1,840 | 0,231 | 14° 7′ | 10°31′ | 3°36′ | 1,646 | 3,338 | 9°35′ | 5°59′ | 5°40′ | 3°55 |
| 2,904 | 0,583 | 22°26′ | 16°36′ | 5°50′ | 2,601 | 3,524 | 14° 8′ | 8°18′ | 7°52′ | 6°16 |
| 3,503 | 0,867 | 27°13′ | 20° 1′ | 7°12′ | 3,151 | 3,683 | 16°16′ | 9° 4′ | 8°40′ | 7°40 |
| Temporal. | | | | | | | | | | |

*Tab. XII.*

**Auge I. Hintere Linsenfläche. Meridian 15°.**

| Bestimmungsstücke der gemessenen Punkte. | | | Variation der Krümmung. | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_3$ | $x_3$ | $\varphi_3$ | Winkel der Normale im Zentrum des Elementes. | Radius. | Brechkraft. |
| Nasal. | | | | | |
| 2,836 mm. | 6,246 mm. | 24° 5′ | 22° 8′ | 7,20 mm. | 7,6 D. |
| 2,379 » | 6,459 » | 20°11′ | 16°30′ | 7,46 » | 7,2 » |
| 1,471 » | 6,747 » | 12°48′ | 11° 0′ | 6,24 » | 8,7 » |
| 1,068 » | 6,817 » | 9° 5′ | 6°56′ | 7,20 » | 7,6 » |
| 0,538 » | 6,880 » | 4°46′ | 2°23′ | 6,47 » | 8,4 » |
| 0,481 » | 6,880 » | 5° 3′ | 2°32′ | 5,47 » | 9,9 » |
| 1,002 » | 6,813 » | 9°32′ | 7°17′ | 6,75 » | 8,0 » |
| 1,407 » | 6,697 » | 12°58′ | 11°14′ | 6,82 » | 7,9 » |
| 2,222 » | 6,436 » | 20°45′ | 16°54′ | 6,32 » | 8,5 » |
| 2,677 » | 6,244 » | 24°24′ | 22°35′ | 7,74 » | 7,0 » |
| Temporal. | | | | | |

*Tab. XIII.*

**Auge I. Hintere Linsenfläche. Meridian 105°.**

| Bestimmungsstücke der gemessenen Punkte. | | | Variation der Krümmung. | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_3$ | $x_3$ | $\varphi_3$ | Winkel der Normale im Zentrum des Elementes. | Radius. | Brechkraft. |
| Oben. | | | | | |
| 2,693 mm. | 6,384 mm. | 20°16′ | 18°40° | 9,70 mm. | 5,6 D. |
| 2,225 » | 6,559 » | 17° 4′ | 13°50′ | 7,66 » | 7,1 » |
| 1,430 » | 6,765 » | 10°36′ | 8°10′ | 8,46 » | 6,4 » |
| 0,750 » | 6,865 » | 5°45′ | 2°52′ | 7,65 » | 7,1 » |
| 0,815 » | 6,849 » | 7°20′ | 3°40′ | 6,41 » | 8,3 » |
| 1,735 » | 6,687 » | 15° 2′ | 11°11′ | 7,21 » | 7,5 » |
| 2,421 » | 6,466 » | 19°46′ | 17°24′ | 9,23 » | 5,9 » |
| Unten. | | | | | |

*Tab. XIV.*

**Auge III. Hintere Linsenfläche. Meridian 30°.**

| Bestimmungsstücke der gemessenen Punkte. | | | Variation der Krümmung. | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_3$ | $x_3$ | $\varphi_3$ | Winkel der Normale im Zentrum des Elementes. | Radius. | Brechkraft. |
| Nasal. | | | | | |
| 2,580 mm. | 6,953 mm. | 22°45′ | 20° 4′ | 8,02 mm. | 6,8 D. |
| 1,920 » | 7,201 » | 17°23′ | 15° 1′ | 6,56 » | 8,3 » |
| 1,395 » | 7,339 » | 12°38′ | 10°26′ | 7,17 » | 7,6 » |
| 0,857 » | 7,440 » | 8°16′ | 6°41′ | 6,18 » | 8,7 » |
| 0,516 » | 7,477 » | 5° 5′ | 2°32′ | 5,82 » | 9,3 » |
| 0,491 » | 7,474 » | 5°24′ | 2°42′ | 5,22 » | 10,4 » |
| 1,192 » | 7,365 » | 12°51′ | 9° 7′ | 5,45 » | 9,9 » |
| 1,703 » | 7,227 » | 17°56′ | 15°24′ | 5,97 » | 9,1 » |
| 2,312 » | 7,001 » | 22°42′ | 20°19′ | 7,82 » | 6,9 » |
| Temporal. | | | | | |

*Tab. XV.*

**Auge II. Hintere Linsenfläche. Meridian 35°.**

| Bestimmungsstücke der gemessenen Punkte. | | | Variation der Krümmung. | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_3$ | $x_3$ | $\varphi_3$ | Winkel der Normale im Zentrum des Elementes. | Radius. | Brechkraft. |
| Nasal. | | | | | |
| 2,636 mm. | 7,144 mm. | 23° 2′ | 20°24′ | 7,56 mm. | 7,2 D. |
| 1,982 » | 7,384 » | 17°45′ | 15°29′ | 7,22 » | 7,5 » |
| 1,431 » | 7,536 » | 13°12′ | 10°55′ | 6,76 » | 8,0 » |
| 0,904 » | 7,636 » | 8°39′ | 7° 1′ | 5,89 » | 9,3 » |
| 0,572 » | 7,676 » | 5°22′ | 2°41′ | 6,12 » | 8,7 » |
| 0,500 » | 7,678 » | 5°12′ | 2°36′ | 5,52 » | 9,8 » |
| 0,896 » | 7,629 » | 8°57′ | 7° 5′ | 6,10 » | 8,7 » |
| 1,368 » | 7,535 » | 13° 2′ | 11° 0′ | 6,74 » | 8,0 » |
| 1,962 » | 7,370 » | 18°12′ | 15°37′ | 6,86 » | 7,9 » |
| 2,586 » | 7,130 » | 23° 2′ | 20°37′ | 7,93 » | 6,8 » |
| Temporal. | | | | | |

Fig. 3. Mer. 15°.

Fig. 4. Mer. 105°.

Vordere Linsenfläche.

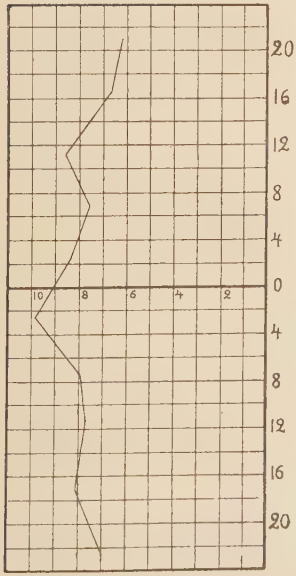


Fig. 5. Mer. 15°.

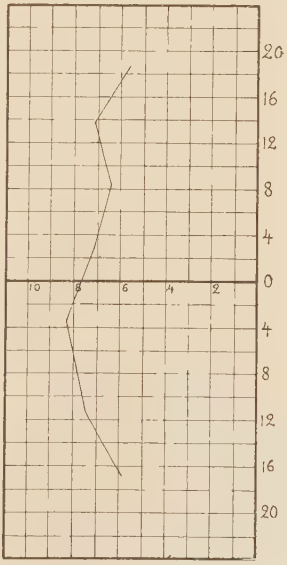


Fig. 6. Mer. 105°.

Hintere Linsenfläche.

Bei der Beurteilung der Genauigkeit dieser Messungen hat man wie bei den Messungen an der vorderen Hornhautfläche einerseits die Werte für den Radius, andererseits die Werte für die $y$-Koordinaten der gemessenen Punkte an den Linsenflächen zu berücksichtigen. Was zuerst die *vordere* Linsenfläche betrifft, so geschah hier die Bestimmung dieser $y$-Koordinaten durch Ophthalmometermessung des Abstandes vom Hornhautbilde im Achsenpunkte zu einem anderen kleinen Hornhautbilde, das mit dem betreffenden Linsenbilde zum Zusammenfallen gebracht worden war. Zum Fehler bei der Ophthalmometerbestimmung kommt also dazu noch derjenige, der durch mangelhaftes Zusammenfallen dieser Bilder entsteht. Letzterer Fehler ist in hohem Grade von der Deutlichkeit abhängig, mit der die Spiegelbilder an der vorderen Linsenfläche hervortraten. Während diese in den zentraleren Partien der Fläche sehr gut zu sehen waren und eine sehr genaue Einstellung der Hilfslichtquelle erlaubten, war dies nicht der Fall in den periphereren Teilen derselben, in denen die betreffenden Bilder lichtschwach und schwieriger zu beobachten waren. In einer grossen Reihe von Messungen überschritt jedoch der maximale Fehler des gesuchten Wertes für die Punkte, die innerhalb eines Winkelabstandes von 10° von der Achse lagen, nur selten die Grösse von 0,3° Plattendrehung, für die peripherer liegenden selten diejenige von 0,4°, was ungefähr einer linearen Grösse von 0,024 bezw. 0,040 mm. entspricht. Dies wäre also die Genauigkeit, mit der die Durchstossungspunkte der reflektierenden Strahlen an der vorderen Hornhautfläche bestimmt werden können. Zu diesem Fehler kommt aber für die Punkte an der vorderen Linsenfläche derjenige, der der von $y_3$ abzuziehenden Grösse $x_3 tg u_3$ anhaftet; der Einfluss eines Fehlers bei der Bestimmung des Ortes der Fläche wurde oben schon besprochen, der Fehler bei der Bestimmung von $\varphi_3$ aus den betreffenden Tabellen dürfte für die zentraleren Gebiete auf 10′, für die periphereren auf 20′ veranschlagt werden können; der Fehler von $u_3$ würde, wie leicht ersichtlicht, $^1/_4$ dieser Grösse betragen. Bei einer durchschnittlichen Kammertiefe von 3,5 mm. wird der hierbei entstehende Fehler also auf 0,003 bezw. 0,007 mm. kommen, was zu dem vorigen gelegt, einen Fehler von $\pm$ 0.027 bezw. $\pm$ 0,047 in $y_2$ ergibt.

Der Fehler im Werte für den Radius wird in analoger Weise wie für die vordere Hornhautfläche aus der Formel (2) berechnet. Die Werte des ersten Bruches wurden oben gegeben. Den Wert für $\triangle\varphi$ im zweiten Bruche erhält man aus dem approximierten Ausdrucke

$$\triangle\varphi_2 = \frac{\triangle u_2 + \triangle u_3}{2} = \frac{1}{2}\left(\triangle u_1 + \frac{\triangle u_1 + \triangle w}{8} + \frac{\triangle \varphi_3}{4}\right)$$

Da, wie leicht ersichtlich, bei der praktischen Bestimmung dieser Winkel eigentlich nur diejenige von $w$ eine gewisse Schwierigkeit darbietet, und der Fehler dieses Wertes nur mit $^1/_{16}$ seines Betrages hier eingeht, so dürfte man bei einer annäherungsweisen Fehlerberechnung, wie der hier vorliegenden, den zweiten Bruch der Formel (2) vernachlässigen können und nur mit dem Werte des ersten Bruches rechnen müssen. Wird dieser für die oben angegebenen Werte berechnet, so ergeben sich bei Annahme eines Radius von 10 bezw. 15 mm. für $\Delta\rho$ die Werte $\pm$ 1,080 mm. bezw. $\pm$ 2,820 mm. Dies wäre also der maximale Fehler bei der Bestimmung des Radius der vorderen Linsenfläche nach dieser Methode. Da aber bei den hier gemachten Versuchen die Messung einer Schnittlinie nicht weniger als 30 Mal für das Auge I und 10 Mal für die Augen II und III geschah, dürfte die Genauigkeit beträchtlich grösser sein. Dies geht auch hervor, falls man die erhaltenen Koordinatenwerte für die Punkte an der Linsenfläche in Kurven einträgt. Die dabei erhaltenen Kurven zeigen einen regelmässig gekrümmten Verlauf und der einzige vorkommende Inflexionspunkt (Auge I temp.) ist nicht auf der durch die betreffenden Fehlercirkel gelegten wahrscheinlichen Kurve zu finden.

Übrigens kann man, wie gesagt, auch aus der Variation der Krümmung längs der gemessenen Schnittlinie einen Schluss auf die Genauigkeit der einzelnen Werte für den Radius ziehen. Es ist ja zu erwarten dass dieselbe, ob sie nun abnimmt oder zunimmt, doch immer kontinuierlich verändert werden soll. Ein Blick auf die erhaltenen Resultate wird leicht davon überzeugen, dass dies im allgemeinen der Fall ist. Hier und da kommen doch, wie leicht ersichtlich, kleine Inflexionen im dioptrischen Diagramme vor. Meistenteils dürften diese aber nicht grösser sein, als dass sie innerhalb

der berechneten Fehlergrenzen liegen. Und in den Fällen, wo dies nicht der Fall zu sein scheint, dürfte doch daraus nicht geschlossen werden, dass eine Veränderung der Krümmungsvariation vorliegt. Man muss sich nämlich daran erinnern, dass auf Grund der Variationen des Brechungsindex in der Linse das Licht nicht nur an der Oberfläche derselben reflektiert wird, sondern dass auch Licht aus den tiefer liegenden Schichten das Bild an der vorderen Linsenfläche ausmachen wird, ein Umstand, der sehr leicht die Unregelmässigkeiten im dioptrischen Diagramme erklären kann.

Für die *hintere* Fläche wird die Genauigkeit in analoger Weise bestimmt. Die Fehlerquellen sind hier dieselben, die Messungsfehler bei der Bestimmung der $y$-Koordinaten und bei der Feststellung der Winkel. Da aber die Bilder hier weit deutlicher sind als an der vorderen Linsenfläche, so werden diese Fehler hier entschieden kleiner. Hier kommen aber noch die Fehler in Betracht, die bei der Rücksichtnahme auf den Einfluss der vorderen Linsenfläche auf den Strahlengang entstehen können. Da aber die an dieser Fläche entstehende Ablenkung an und für sich ziemlich unbeträchlich ist, hat auch ein Fehler in derselben wenig Bedeutung.

Für den vertikalen Meridian ist die Genauigkeit der Messungen nicht so gross in Anbetracht des Umstandes, dass hier keine Symmetrieebene vorlag und dass die Messungen hier nicht so leicht ausführbar waren.

In diesem Zusammenhange sei auch der Fehler besprochen, der dadurch entsteht, dass man die hintere Hornhautfläche vernachlässigt. Dieser Fehler wird ja grösser sein je schiefer ein Strahl auf die Hornhaut einfällt und er sei hier für einen Winkel von 30° berechnet unter der Annahme, dass die Dicke der Hornhaut in dem dabei vorkommenden Gebiete $^3/_4$ mm beträgt und dass der Schnitt der hintern Hornhautfläche als Parallelkurve zu der der vorderen angesehen werden kann. Unter diesen Bedingungen findet man, dass der Strahlenverlauf bei der Vernachlässigung der Fläche mit dem bei Berücksichtigung derselben parallel in einem Abstande von weniger als 0,001 mm. läuft und unter solchen Umständen hat dieser Fehler keinen Einfluss auf die hier vorliegende Untersuchung.

Die Resultate der obigen Untersuchung erlauben nun einige Schlüsse betreffs der Form der Linsenflächen. Erstens dürfte

man durch sie die Frage nach der Veränderung der Krümmung entscheiden können. Wie im vorigen erwähnt wurde, stehen in dieser Beziehung die an toten Augen gewonnenen Resultate von HOLTH und DALÉN gegen einander, indem ersterer eine Zunahme, letzterer eine Abnahme derselben nach der Peripherie gefunden hat, und die später von BESIO an lebenden Augen gemachten Untersuchungen dürften wohl kaum irgend welche Beweiskraft beanspruchen können. Auch mit Rücksicht auf die Fehlerquellen dürfte aus den obigen Resultaten mit Sicherheit geschlossen werden können, *dass die Krümmung der beiden Linsenflächen im lebenden Auge, bei Accommodationsruhe, eine unverkennbare Abnahme nach der Peripherie zu erfährt.*

Um die Art dieser Abplattung näher zu untersuchen und um die Form der gemessenen Schnittlinien beurteilen zu können, kann man nun die sich den gefundenen Koordinatenwerten am engsten anschmiegende Kurve zweiten Grades aufsuchen. Wollte man die Berechnung derselben durch ein Ausgleichungsverfahren ausführen, oder durch Aufsuchen des Kegelschnittes, das durch fünf ausgewählte Punkten der Schnittlinie gelegt werden könnte, so würde doch dies eine sehr beträchtliche rechnerische Arbeit mit sich bringen. Weit einfacher wird die Aufgabe, falls man für die Schnittlinie den Abplattungswert berechnet. Aus diesem Abplattungswert kann man dann nach einer von GULLSTRAND[1]) angegebenen Formel die Excentricität derjenigen konischen Section finden, die mit der betreffenden Schnittlinie im Scheitel eine vollständige Berührung vierter Ordnung hat. Ist nämlich D die Krümmung im Scheitel, $\Phi$ der Abplattungswert und e die Excentricität, so besteht nach ihm die Beziehung $e^2 = -\frac{\Phi}{3D^3}$

In dieser Weise wurde nun die Form der gemessenen Schnittlinien innerhalb der optischen Zone, d. h. in einer Ausdehnung von 2 mm zu jeder Seite der Achse untersucht. Der Abplattungswert wurde aus den mittleren Krümmungen von drei Elementen der Schnittlinie berechnet, von denen ein zentrales eine Bogengrösse von 2 mm, zwei peripheren eine solche von 1 mm hatten.

[1]) Allgemeine Theorie der Monochromatischen Aberration. Nova Acta Reg. Soc. Sc. Upsal. Ser. III. Vol XX. Seite 30.

Die Resultate dieser Untersuchung werden in der Tab. XVI gegeben, in der $e$ wie oben die Excentricität der gefundenen Kurve bedeutet, $v$ den Winkel welcher die Achse derselben mit der ophtalmometrischen Achse der betreffenden Schnittlinie macht; dieser Winkel wird nasalwärts und nach oben positiv gerechnet, temporalwärts und nach unten negativ.

*Tab. XVI.*

| | Vordere Linsenfläche. | | Hintere Linsenfläche. | |
|---|---|---|---|---|
| | $e$ | $v$ | $e$ | $v$ |
| Auge I M. 15° | 1,3 | — 3°30′ | 0,5 | — 0°50′ |
| » » » 105° | 1,5 | — 2°50′ | 0,9 | — 0°50′ |
| » II » 35° | 1,1 | — 1°30′ | 1,2 | — 1°30′ |
| » III » 30° | 0,9 | + 1°30′ | 1,5 | + 1°0′ |

Wie aus dieser Tabelle hervorgeht, zeigen die erhaltenen Werte für $e$ und $v$ eine gewisse Schwankung, die aber doch aus den Versuchsfehlern und aus der Empfindlichkeit der Methode erklärt werden kann. Es ist aber einleuchtend, dass die Excentricität des gesuchten Kegelschnittes sowohl für die vordere wie für die hintere Linsenfläche von 1 nicht mehr verschieden ist, als dass man den Kegelschnitt als eine Parabel annehmen darf. Die Winkel $e$ sind so klein, dass man die Achse dieser Parabel als mit der ophtalmometrischen Achse zusammenfallend betrachten kann. *Unter solchen Umständen scheint es daher berechtigt, als Annäherungswert für die Form der optischen Zone der beiden Linsenflächen ein Paraboloid anzunehmen, dessen Achse mit der ophtalmometrischen Achse der betreffenden Fläche zusammenfällt.*

Es ist mir eine angenehme Pflicht meinem verehrten Lehrer Herrn Professor A. Gullstrand meinen aufrichtigsten Dank auszusprechen für die liebenswürdige Anregung zu dieser Arbeit und für wertvolle Ratschläge und Anweisungen während des Fortganges derselben. Ebenso bin ich dem Vorstand des hiesigen Physiologischen Institutes Herrn Professor Hj. Öhrwall zu Dank verpflichtet für die freundliche Bereitwilligkeit, mit der er mir sein Laboratorium für meine Untersuchungen zur Verfügung gestellt hat.

## Litteraturverzeichnis.


AUBERT, H. Nähert sich die Hornhautkrümmung am meisten der Ellipse? Pflügers Archiv, Band XXXV, 1885.
Die Genauigkeit der Ophthalmometermessungen. Pflügers Archiv, Band XLIX, 1891.

BASLINI, C. Recherches Ophtalmométriques. Archives d'ophtalmologie. Tome 24, 1904.

BESIO, E. La forme du cristallin humain. Journal de physiologie et de pathologie générale. Tome III. 1901.

BLIX. Ophthalmometriska studier. Uppsala läkareförenings förhandlingar. Band 15, 1879—1880.

BRUDZEWSKI, K. VON. Beitrag zur Dioptrik des Auges. Archiv für Augenheilkunde. Band XL, 1900.

DALÉN, A. Ophthalmometrische Messungen an der toten menschlichen Kristallinse. Mitteilungen aus der Augenklinik des Carol. Med. chir. Inst. zu Stockholm, 1905.

ERIKSEN, J. Hornhindemaalinger. Aarhus 1893.

GULLSTRAND, A. Photographisch-ophthalmometrische und klinische Untersuchungen über die Hornhautfraktion. Kongl. Sv. Vet.-Akad. Handlingar, 1896, Bd. 28.

—— Einführung in die Methoden der Dioptrik des Auges des Menschen, Leipzig 1911.

HELMHOLTZ, H. VON. Handbuch der physiologischen Optik. Dritte Auflage. Erster Band. Die Dioptrik des Auges. Herausgegeben (und mit einem Zusatz versehen) von A. GULLSTRAND. Hamburg und Leipzig 1909.

HOLTH, S. Verhandlungen des IX. Internationalen Ophthalmologenkongresses. Zeitschrift für Augenheilkunde, Band I, 1899.

SULZER. La forme de la cornée humaine et son influence sur la vision. Archives d'ophtalmologie. Tome 11, 1891.

TSCHERNING, M. Beiträge zur Dioptrik des Auges. Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane, Band III, 1892.

—— Optique physiologique. Paris 1898.